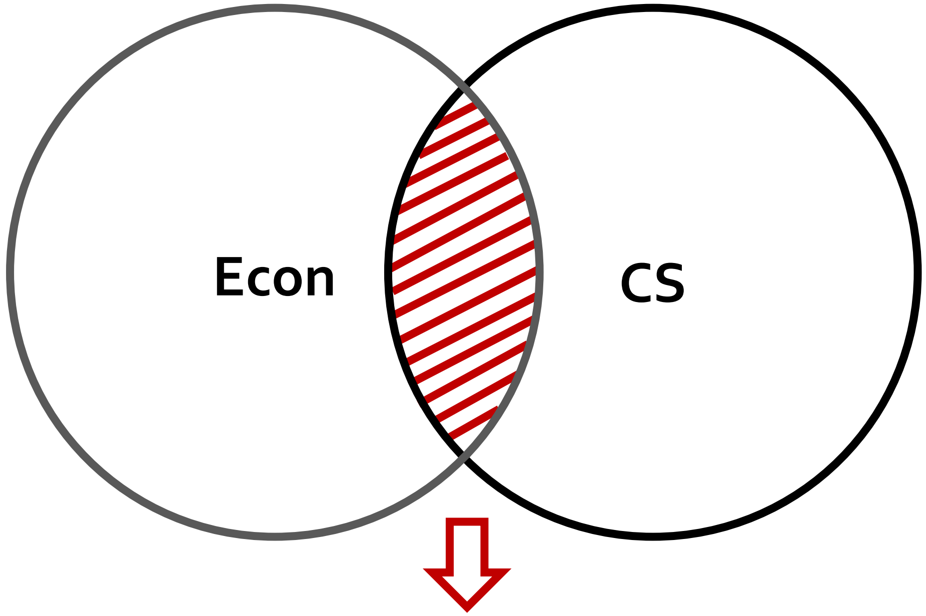
Σχεδιασμός και ανάλυση αλγορίθμων για μη συνεργατικά περιβάλλοντα

Αλέξανδρος Ανδρέας Βουδούρης
Υποψήφιος Διδάκτορας

Τμήμα Μηχανικών Ηλεκτρονικών Υπολογιστών και Πληροφορικής
Πανεπιστήμιο Πατρών



Ανάλυση και σχεδίαση αλγορίθμων/μηχανισμών για προβλήματα που εμπίπτουν στην επιστήμη των υπολογιστών, αξιοποιώντας *έννοιες* και *εργαλεία* της οικονομικής επιστήμης (συγκεκριμένα, της *θεωρίας παιγνίων*)

Προβλήματα που μελετήσαμε στα πλαίσια της Διατριβής

- Αποδοτικότητα μηχανισμών κατανομής διαιρέσιμων πόρων με περιορισμούς budget

- Απώλεια απόδοσης κατά τη διαμόρφωση απόψεων

- Σχεδίαση μηχανισμών για μεταφορά ιδιοκτησίας

- Μεγιστοποίηση εσόδων σε συνδυαστικές πωλήσεις τύπου take-it-or-leave-it

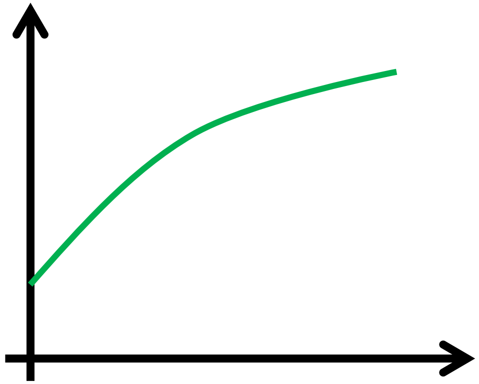
Κατανομή διαιρέσιμων πόρων με περιορισμούς budget

Το πρόβλημα

- Διαθέτουμε **έναν διαιρέσιμο πόρο**
  - Εύρος ζώνης ενός τηλεπικοινωνιακού καναλιού (Kelly, 1997)
  - Χρόνος υπολογισμού σε μια CPU
  - Αποθηκευτικός χώρος σε ένα cloud

Το πρόβλημα

- Διαθέτουμε **έναν διαιρέσιμο πόρο**
  - Εύρος ζώνης ενός τηλεπικοινωνιακού καναλιού (Kelly, 1997)
  - Χρόνος υπολογισμού σε μια CPU
  - Αποθηκευτικός χώρος σε ένα cloud
- Υπάρχουν $\boldsymbol{n}$ **χρήστες**
- Ο χρήστης i έχει μια **συνάρτηση αποτίμησης** $v_i\colon [0,1] \to \mathbb{R}_{\geq 0}$
  - $v_i(x)$ = αποτίμηση του i για ένα μέρος του πόρου μεγέθους x
  - κοίλη
  - αύξουσα
  - ημι-παραγωγίσιμη



Το πρόβλημα

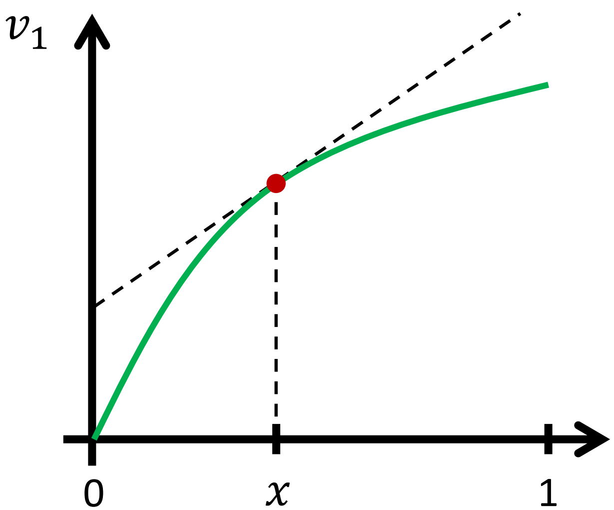
Να βρεθεί **κατανομή** $\boldsymbol{x} = (x_1, \ldots, x_n): \sum_i x_i = 1$

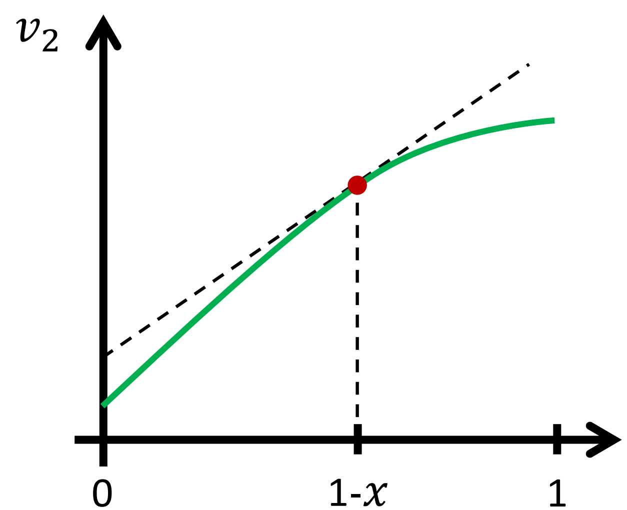
που να **μεγιστοποιεί** το **κοινωνικό όφελος** $\mathrm{SW}(\boldsymbol{x}) = \sum_i v_i(x_i)$

Το πρόβλημα

Να βρεθεί **κατανομή** $\boldsymbol{x} = (x_1, \dots, x_n)$: $\sum_i x_i = 1$

που να **μεγιστοποιεί** το **κοινωνικό όφελος** $\mathrm{SW}(\boldsymbol{x}) = \sum_i v_i(x_i)$





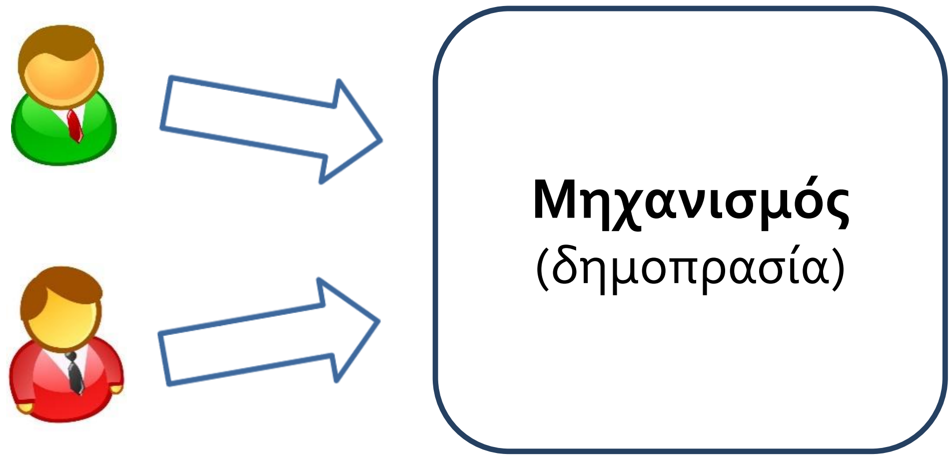
Βέλτιστη κατανομή:

ίσες κλίσεις

Μηχανισμοί κατανομής πόρων

Μηχανισμός
(δημοπρασία)

Μηχανισμοί κατανομής πόρων



Είσοδος: σήματα

$$\boldsymbol{s} = (s_1, \dots, s_n)$$

$$s_1, \dots, s_n \geq 0$$

Μηχανισμοί κατανομής πόρων

Είσοδος: σήματα

$$\boldsymbol{s} = (s_1, \dots, s_n)$$

$$s_1, \dots, s_n \geq 0$$

Έξοδος: κατανομή, πληρωμές

$$g(\boldsymbol{s}) = (g_1(\boldsymbol{s}), \dots, g_n(\boldsymbol{s}))$$

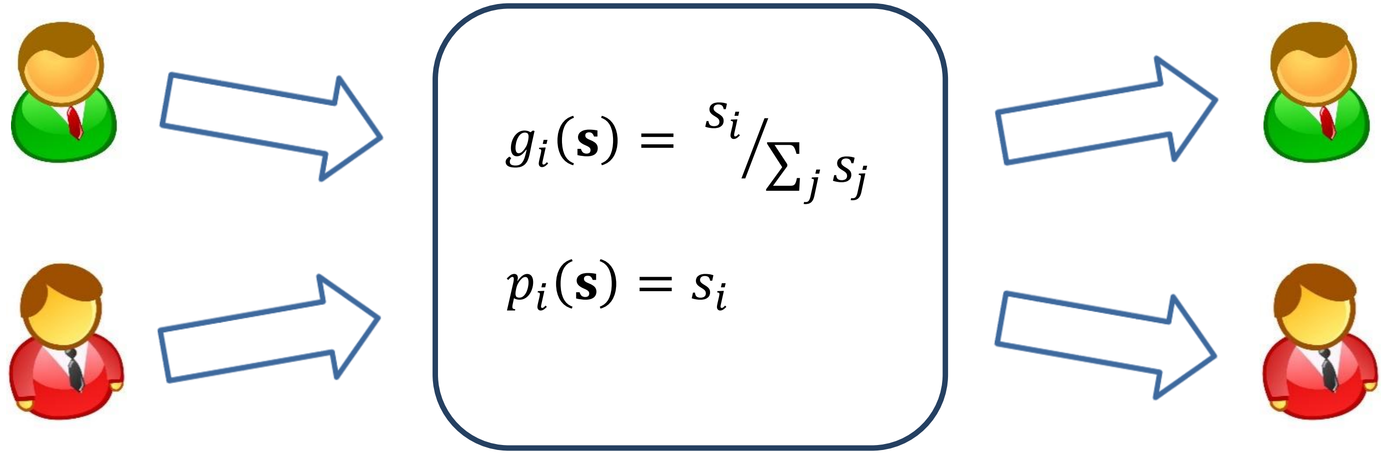
$$\textstyle\sum_i g_i(\boldsymbol{s}) = 1$$

$$p(\boldsymbol{s}) = (p_1(\boldsymbol{s}), \dots, p_n(\boldsymbol{s}))$$

$$p_1(\boldsymbol{s}), \dots, p_n(\boldsymbol{s}) \geq 0$$

Παραδείγματα

- **Ο μηχανισμός του Kelly (1997)**
  - Αναλογική κατανομή
  - Πληρωμή ίση με το σήμα

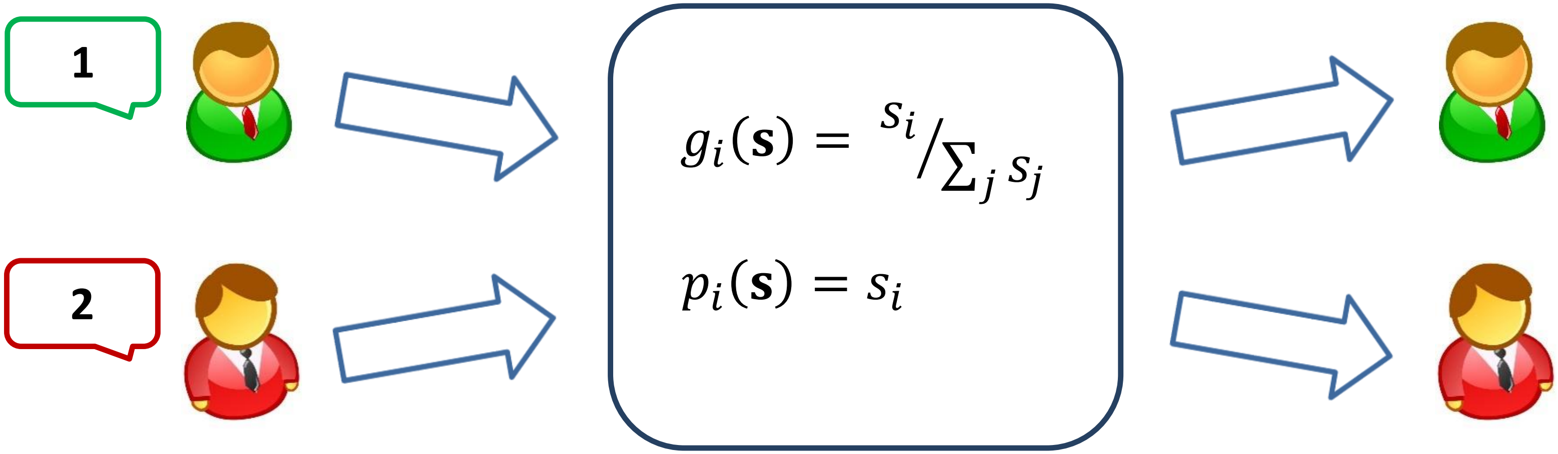


$$g_i(\mathbf{s}) = {s_i}/{\sum_j s_j}$$

$$p_i(\mathbf{s}) = s_i$$

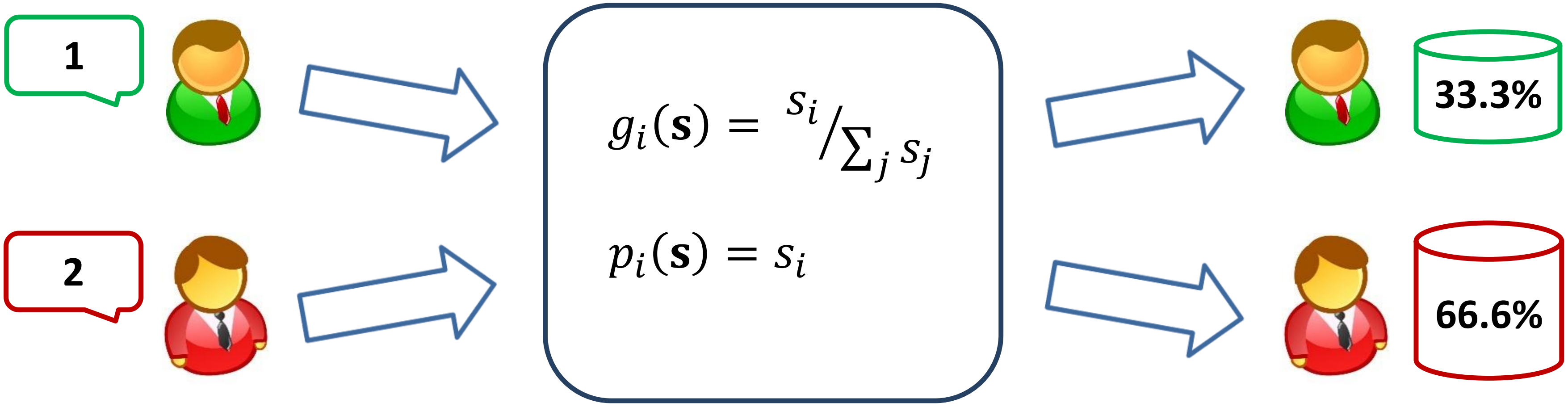
Παραδείγματα

- **Ο μηχανισμός του Kelly (1997)**
  - Αναλογική κατανομή
  - Πληρωμή ίση με το σήμα



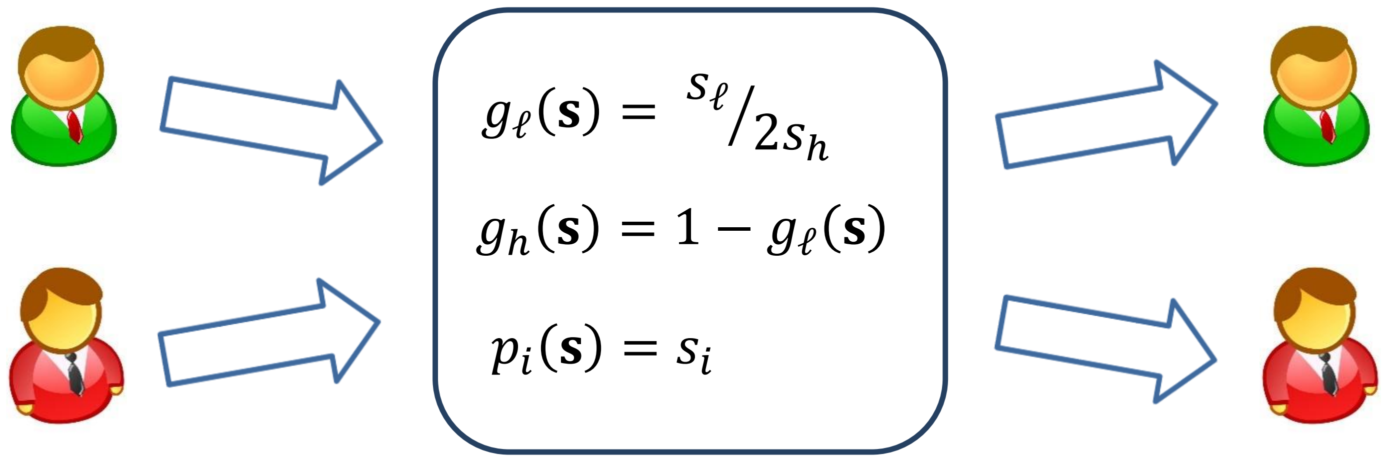
Παραδείγματα

- **Ο μηχανισμός του Kelly (1997)**
  - Αναλογική κατανομή
  - Πληρωμή ίση με το σήμα



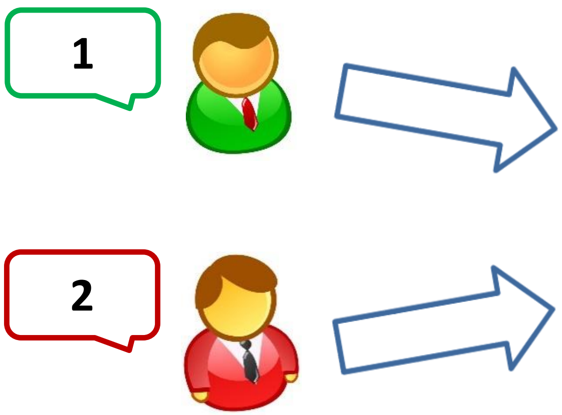
Παραδείγματα

- **Ο μηχανισμός των Sanghavi και Hajek (2004)**
  - Η κατανομή εξαρτάται από το μέγιστο σήμα
  - Πληρωμή ίση με το σήμα



Παραδείγματα

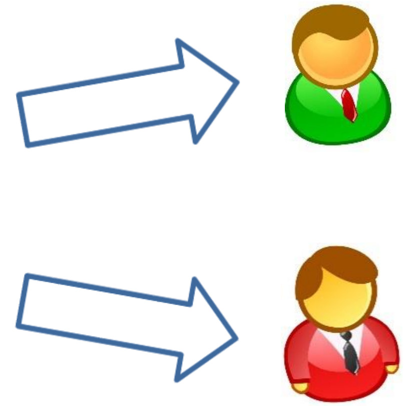
- **Ο μηχανισμός των Sanghavi και Hajek (2004)**
  - Η κατανομή εξαρτάται από το μέγιστο σήμα
  - Πληρωμή ίση με το σήμα



$$g_\ell(\mathbf{s}) = {}^{s_\ell}/_{2s_h}$$

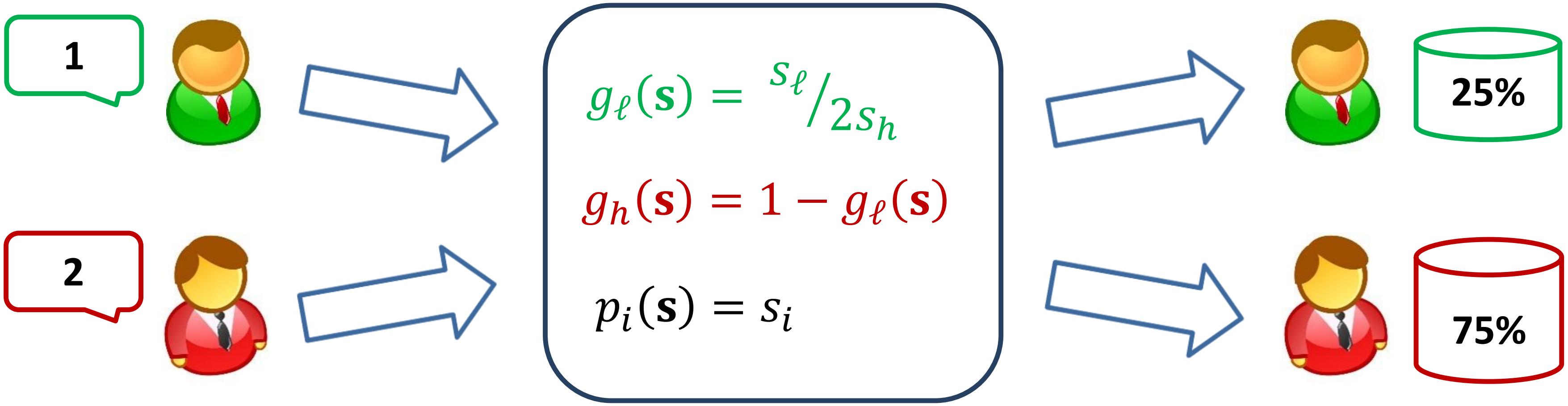
$$g_h(\mathbf{s}) = 1 - g_\ell(\mathbf{s})$$

$$p_i(\mathbf{s}) = s_i$$



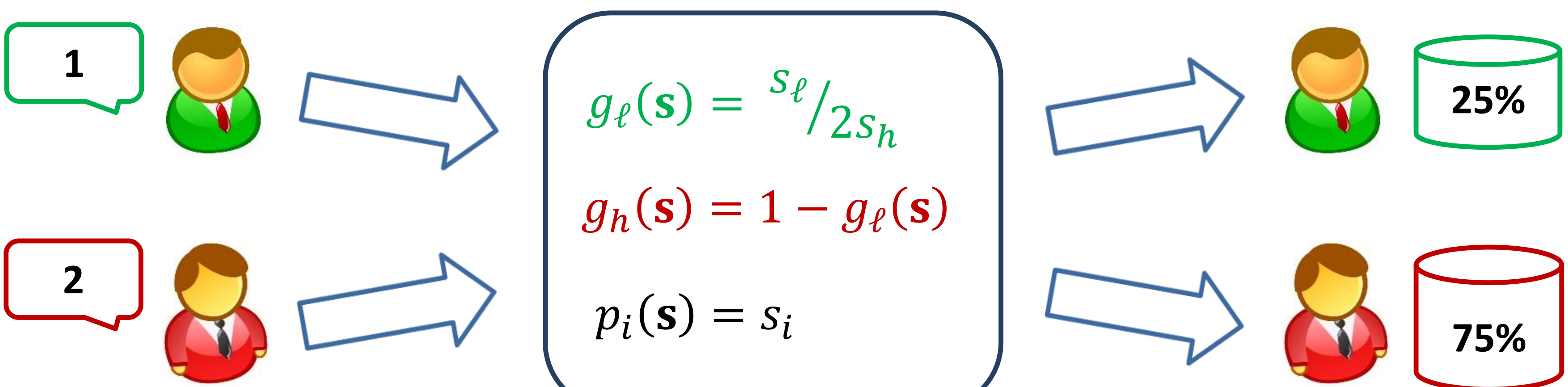
Παραδείγματα

- **Ο μηχανισμός των Sanghavi και Hajek (2004)**
  - Η κατανομή εξαρτάται από το μέγιστο σήμα
  - Πληρωμή ίση με το σήμα



Παραδείγματα

- **Ο μηχανισμός των Sanghavi και Hajek (2004)**
  - Η κατανομή εξαρτάται από το μέγιστο σήμα
  - Πληρωμή ίση με το σήμα

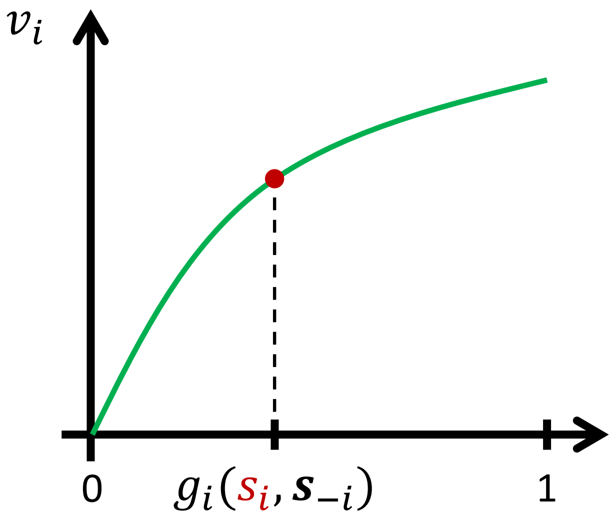


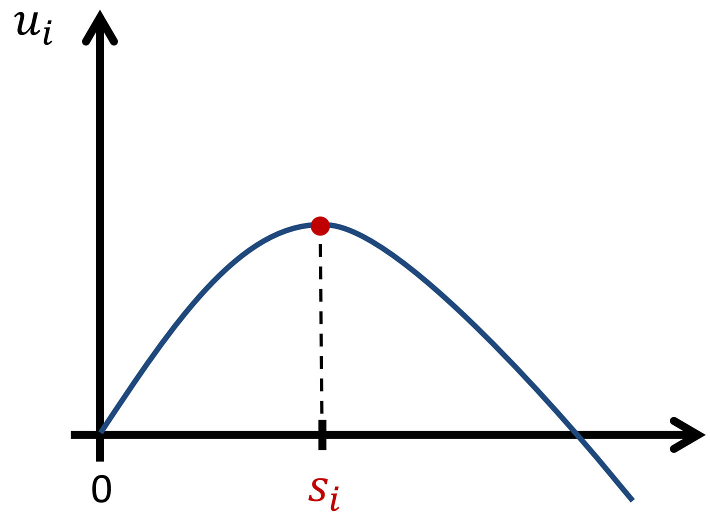
$$g_i(\mathbf{s}) = \frac{s_i}{\max_j s_j} \int_0^1 \prod_{k \neq i} \left(1 - \frac{s_k}{\max_j s_j} t\right) \mathrm{d}t$$

Στρατηγική συμπεριφορά

- **Κάθε χρήστης (παίκτης) μεγιστοποιεί το κέρδος του**

$$u_i(s_i, \mathbf{s}_{-i}) = \underbrace{v_i\big(g_i(s_i, \mathbf{s}_{-i})\big)}_{\text{αποτίμηση}} - \underbrace{p_i(s_i, \mathbf{s}_{-i})}_{\text{πληρωμή}}$$





Αποδοτικότητα μηχανισμών

- **Ισορροπία κατά Nash:** όλοι οι παίκτες μεγιστοποιούν το κέρδος τους ταυτόχρονα, δεδομένων των στρατηγικών των υπόλοιπων παικτών
- **Κόστος της αναρχίας** ενός μηχανισμού $\boldsymbol{M}$

$$\mathrm{PoA}(\boldsymbol{M}) = \sup_{\boldsymbol{v}} \frac{\max_{\boldsymbol{x}} \mathrm{SW}(\boldsymbol{x})}{\min_{\boldsymbol{s} \in \mathrm{EQ}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{M})} \mathrm{SW}(\boldsymbol{g}(\boldsymbol{s}))}$$

  – Koutsoupias & Papadimitriou (1999)

Αποδοτικότητα μηχανισμών

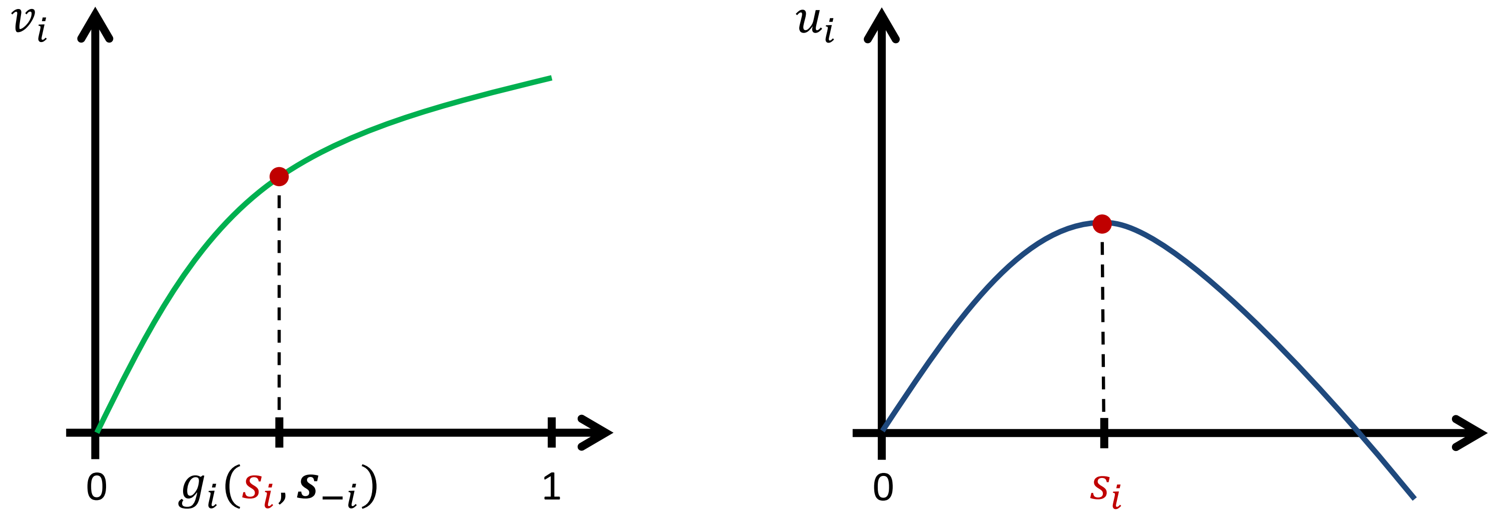
- **Ισορροπία κατά Nash:** όλοι οι παίκτες μεγιστοποιούν το κέρδος τους ταυτόχρονα, δεδομένων των στρατηγικών των υπόλοιπων παικτών
- **Κόστος της αναρχίας** ενός μηχανισμού $\boldsymbol{M}$

$$\text{PoA}(\boldsymbol{M}) = \sup_{\boldsymbol{v}} \frac{\max_{\boldsymbol{x}} \text{SW}(\boldsymbol{x})}{\min_{\boldsymbol{s} \in \text{EQ}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{M})} \text{SW}(\boldsymbol{g}(\boldsymbol{s}))}$$

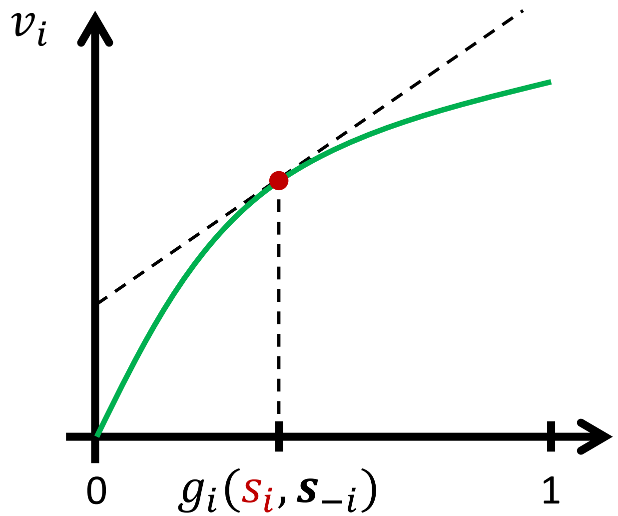
  - Koutsoupias & Papadimitriou (1999)

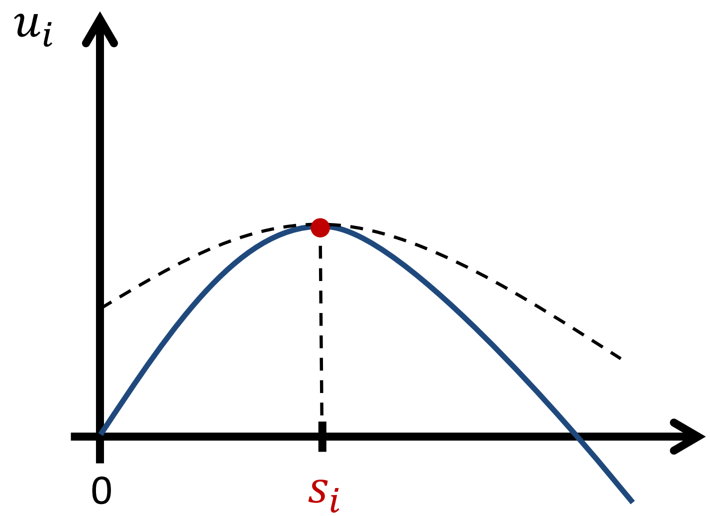
- **PoA(Kelly) = 4/3** (Johari & Tsitsiklis, 2004)
- **PoA(SH) = 8/7** (Sanghavi & Hajek, 2004)
- **Υπάρχουν μηχανισμοί με PoA = 1** (Maheswaran & Basar, 2006) (Yang & Hajek, 2007) (Johari & Tsitsiklis, 2009)

Χαρακτηρισμός χειρότερης περίπτωσης



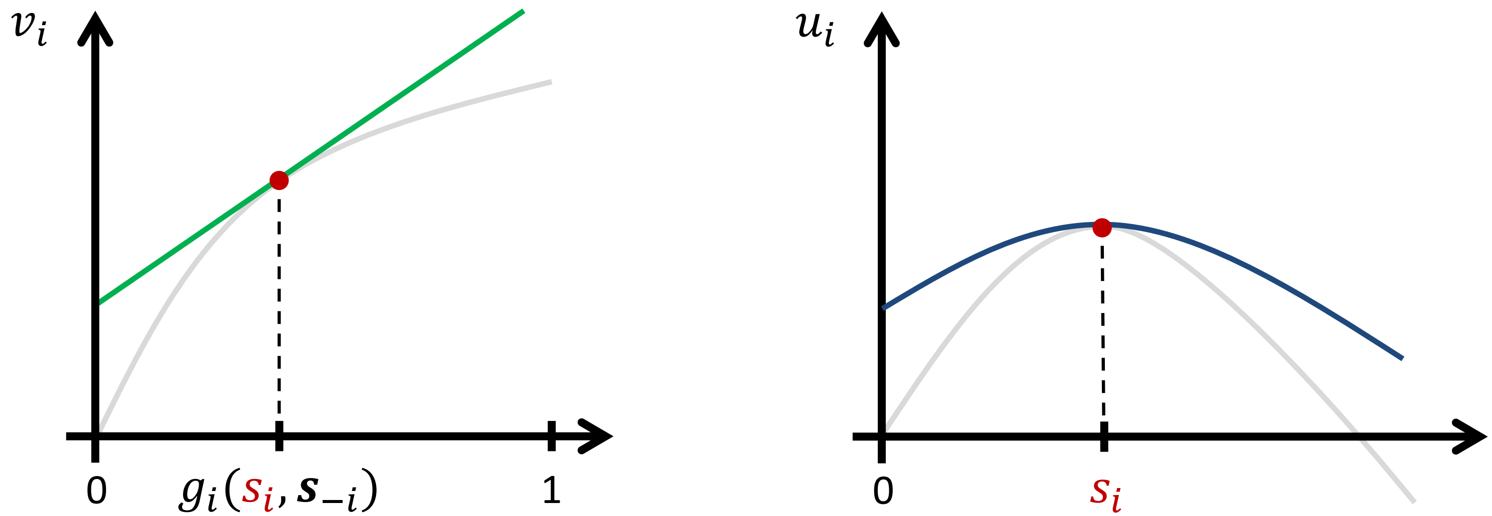
Χαρακτηρισμός χειρότερης περίπτωσης





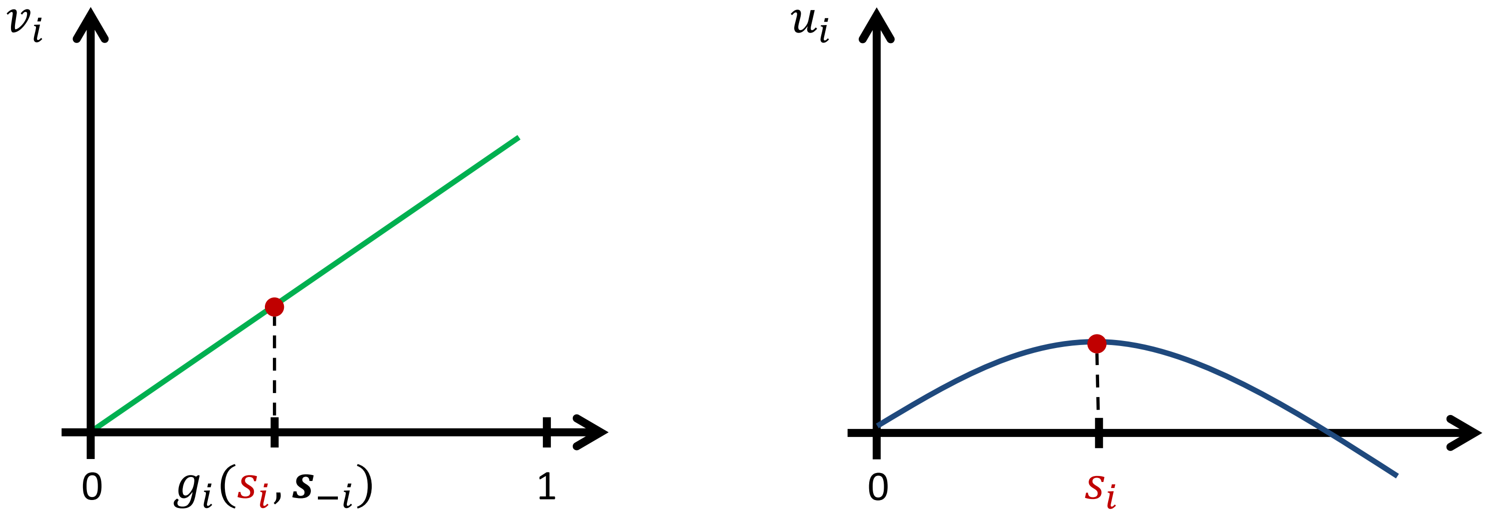
- Η συνάρτηση κέρδους που προκύπτει από την **εφαπτομένη** μεγιστοποιείται στο ίδιο σημείο

Χαρακτηρισμός χειρότερης περίπτωσης



- Η συνάρτηση κέρδους που προκύπτει από την **εφαπτομένη** μεγιστοποιείται στο ίδιο σημείο
- Τα ίδια σήματα οδηγούν σε ισορροπία, αν αντικαταστήσουμε τις κοίλες αποτιμήσεις από τις εφαπτομένες τους

Χαρακτηρισμός χειρότερης περίπτωσης



- Η συνάρτηση κέρδους που προκύπτει από την **εφαπτομένη** μεγιστοποιείται στο ίδιο σημείο
- Τα ίδια σήματα οδηγούν σε ισορροπία, αν αντικαταστήσουμε τις κοίλες αποτιμήσεις από τις εφαπτομένες τους
- Το κόστος της αναρχίας μπορεί να γίνει μόνο **χειρότερο**

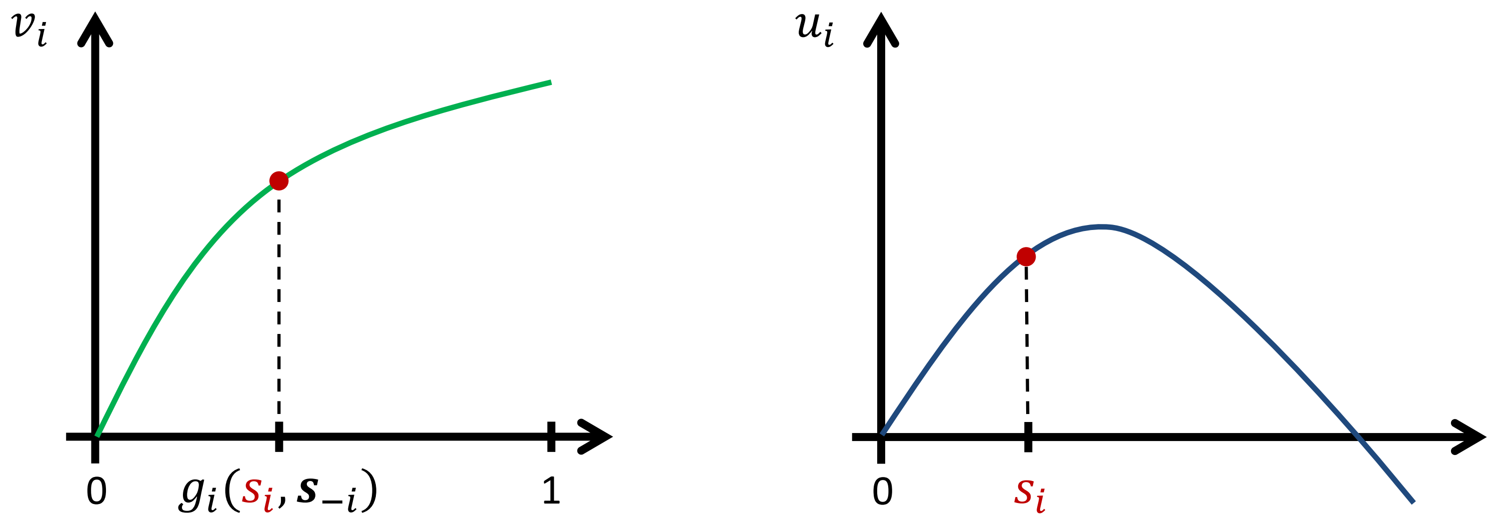
Περιορισμοί budget

- Πιο ρεαλιστικό μοντέλο: κάθε παίκτης έχει ένα **budget** c_i το οποίο περιορίζει το ποσό των χρημάτων που μπορεί να πληρώσει

Περιορισμοί budget

- Πιο ρεαλιστικό μοντέλο: κάθε παίκτης έχει ένα **budget** c_i το οποίο περιορίζει το ποσό των χρημάτων που μπορεί να πληρώσει

- Επηρεάζεται η στρατηγική συμπεριφορά κάθε παίκτη



- Επηρεάζεται η ισορροπία του παιχνιδιού

Περιορισμοί budget

- Το κόστος της αναρχίας μπορεί να είναι **αυθαίρετα κακό**
  - Παίκτης με μεγάλη αποτίμηση και μικρό budget *vs.* Παίκτη με μικρή αποτίμηση αλλά μεγάλο budget

Περιορισμοί budget

- Το κόστος της αναρχίας μπορεί να είναι **αυθαίρετα κακό**
  - Παίκτης με μεγάλη αποτίμηση και μικρό budget *vs.* Παίκτη με μικρή αποτίμηση αλλά μεγάλο budget
- **Ρευστό όφελος (liquid welfare):**

$$\mathrm{LW}(\boldsymbol{x}) = \sum_i \min\{v_i(x_i), c_i\}$$

  - Syrgkanis & Tardos (2013)
  - Dobzinski & Paes Leme (2014)

- **Ρευστό κόστος της αναρχίας:** Κόστος της αναρχίας ως προς το ρευστό όφελος

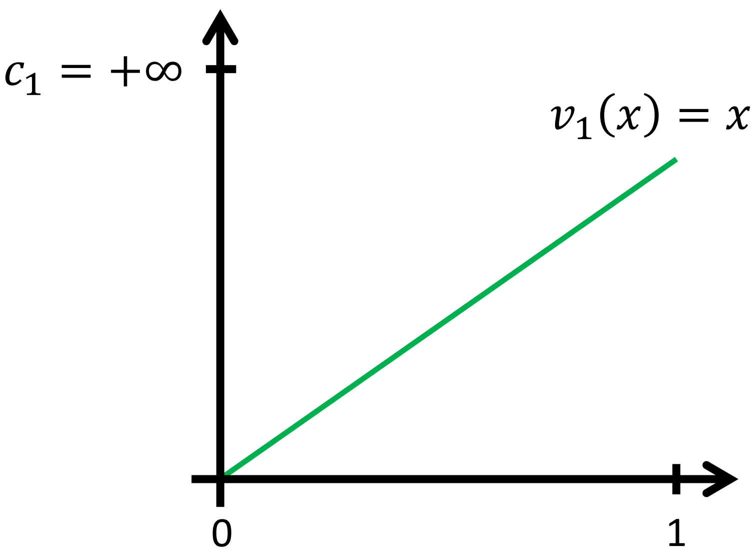
$$\mathrm{LPoA}(\boldsymbol{M}) = \sup_{(\boldsymbol{v},\boldsymbol{c})} \frac{\max_{\boldsymbol{x}} \mathrm{LW}(\boldsymbol{x})}{\min_{\boldsymbol{s} \in \mathrm{EQ}((\boldsymbol{v},\boldsymbol{c}),\boldsymbol{M})} \mathrm{LW}(\boldsymbol{g}(\boldsymbol{s}))}$$

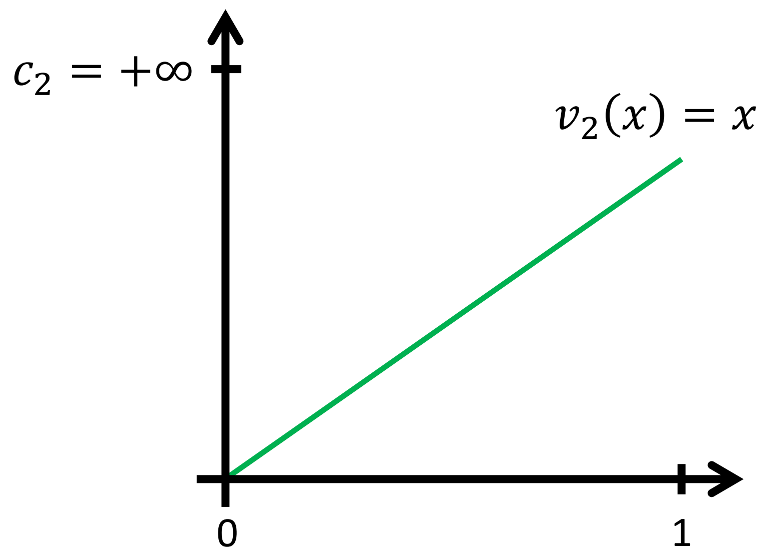
Κάτω φράγμα για όλους τους μηχανισμούς

<u>Θεώρημα</u>
Κάθε μηχανισμός κατανομής πόρων με n χρήστες έχει ρευστό κόστος της αναρχίας τουλάχιστον $2 - 1/n$

Κάτω φράγμα για όλους τους μηχανισμούς

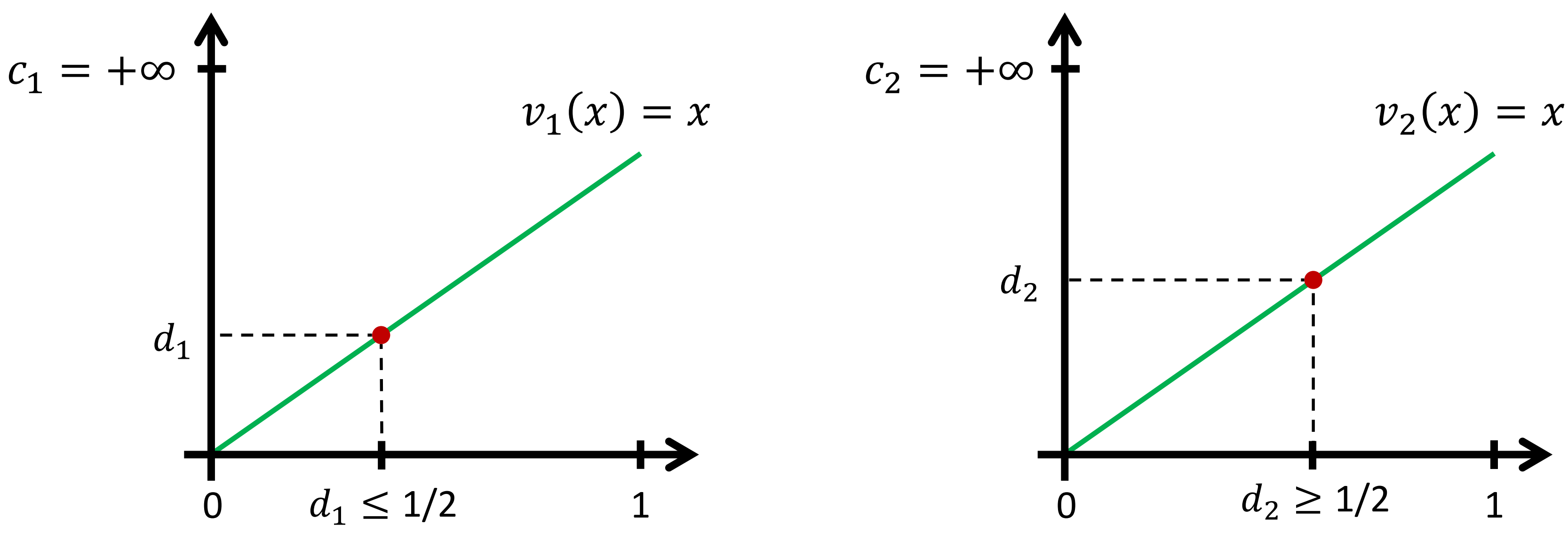
<u>Θεώρημα</u>
Κάθε μηχανισμός κατανομής πόρων με 2 χρήστες έχει ρευστό κόστος της αναρχίας τουλάχιστον 3/2





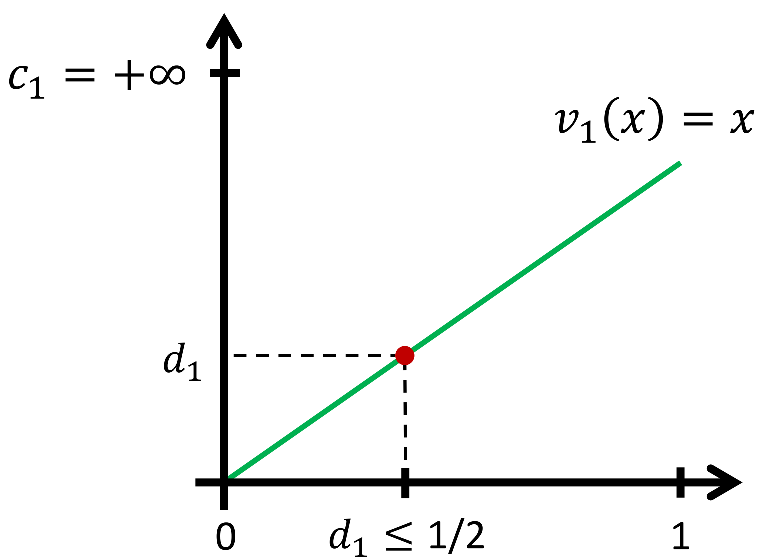
Κάτω φράγμα για όλους τους μηχανισμούς

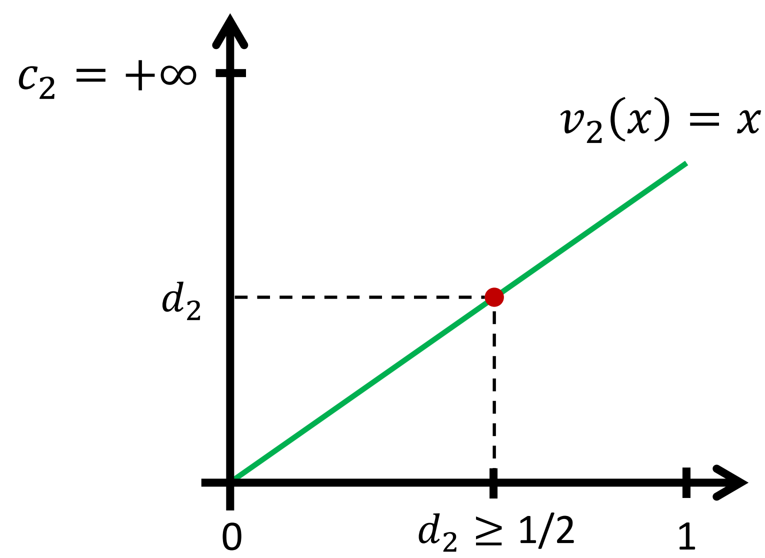
<u>Θεώρημα</u>
Κάθε μηχανισμός κατανομής πόρων με 2 χρήστες έχει ρευστό κόστος της αναρχίας τουλάχιστον 3/2



Κάτω φράγμα για όλους τους μηχανισμούς

Θεώρημα
Κάθε μηχανισμός κατανομής πόρων με 2 χρήστες έχει ρευστό κόστος της αναρχίας τουλάχιστον 3/2

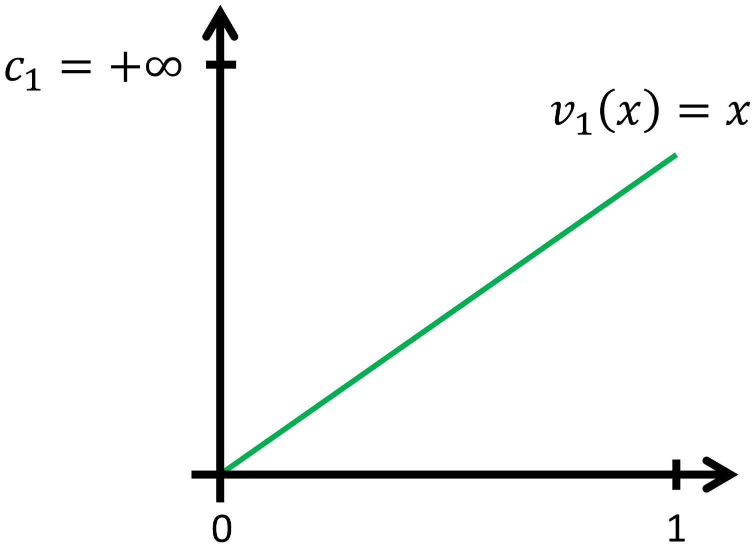


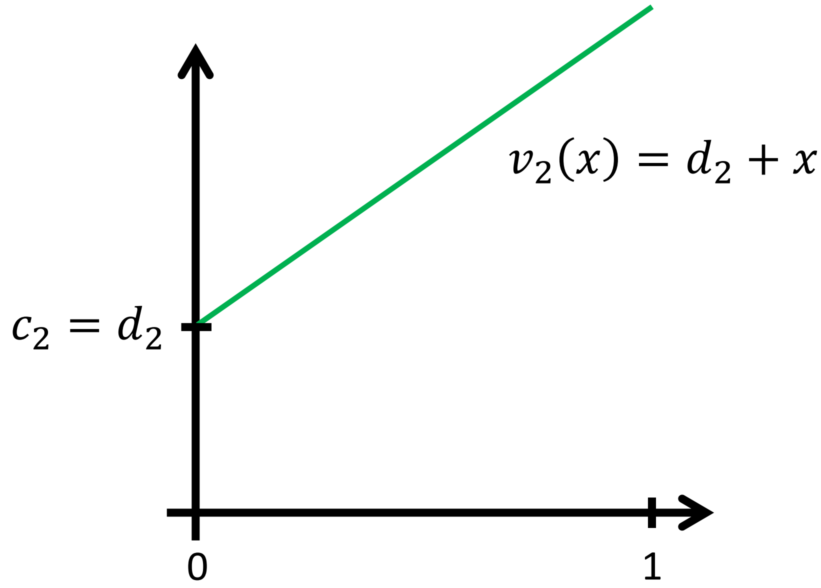


- Οι παίκτες έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά $\Rightarrow$ ρευστό κόστος της αναρχίας για αυτό το παιχνίδι $= 1$

Κάτω φράγμα για όλους τους μηχανισμούς

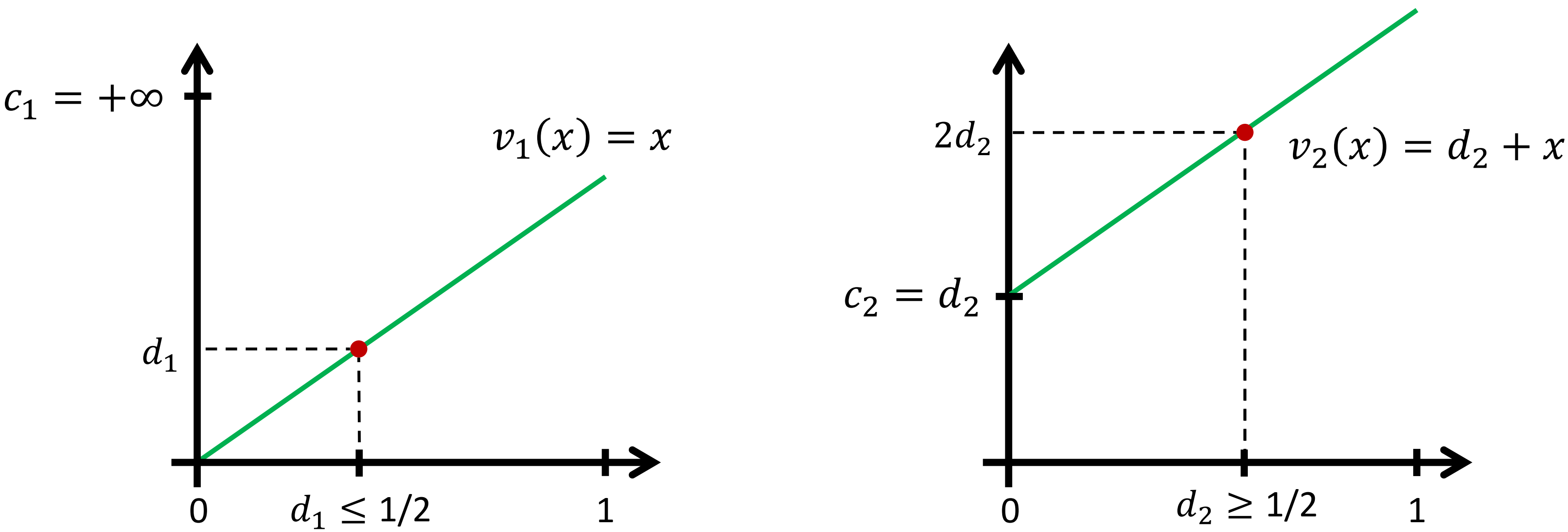
<u>Θεώρημα</u>
Κάθε μηχανισμός κατανομής πόρων με 2 χρήστες έχει ρευστό κόστος της αναρχίας τουλάχιστον 3/2





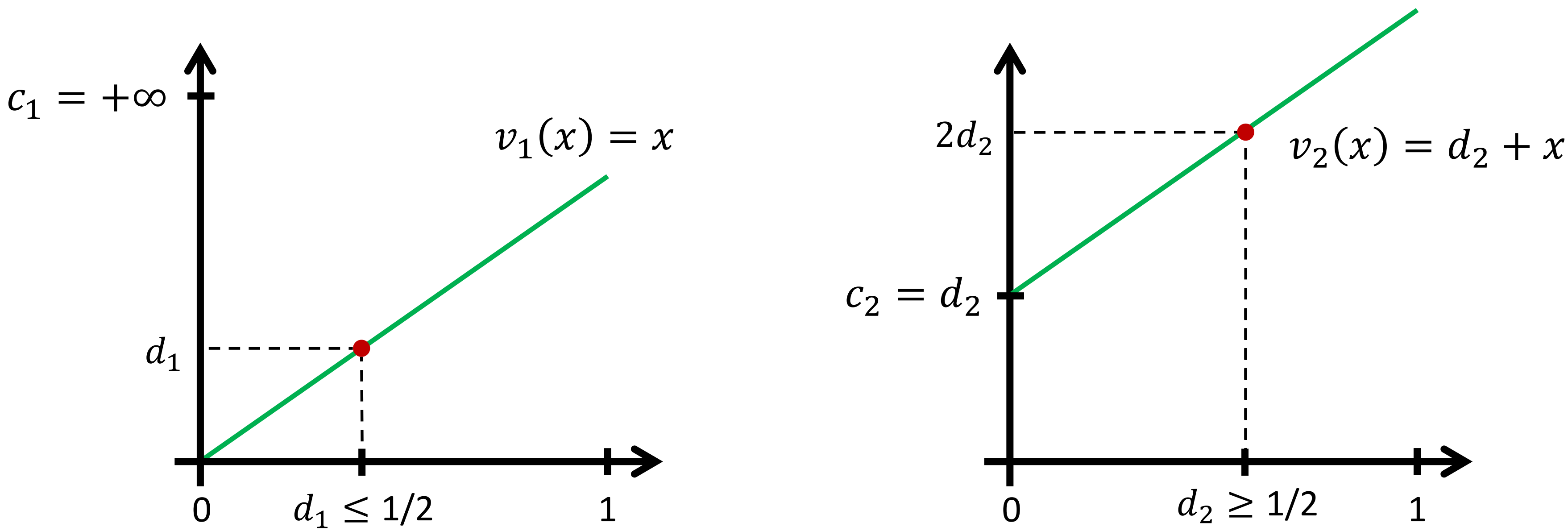
Κάτω φράγμα για όλους τους μηχανισμούς

Θεώρημα
Κάθε μηχανισμός κατανομής πόρων με 2 χρήστες έχει ρευστό κόστος της αναρχίας τουλάχιστον 3/2



Κάτω φράγμα για όλους τους μηχανισμούς

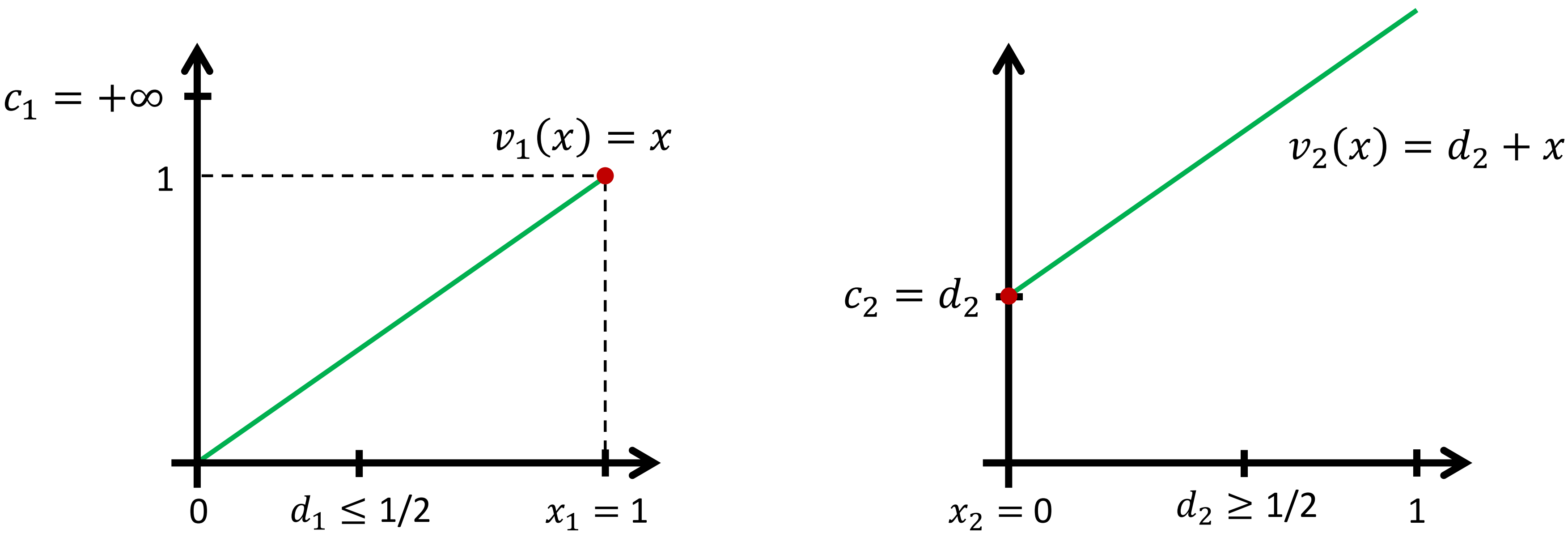
<u>Θεώρημα</u>
Κάθε μηχανισμός κατανομής πόρων με 2 χρήστες έχει ρευστό κόστος της αναρχίας τουλάχιστον 3/2



- Κατάσταση ισορροπίας: LW$(\boldsymbol{d}) = d_1 + d_2 = 1$

Κάτω φράγμα για όλους τους μηχανισμούς

Θεώρημα
Κάθε μηχανισμός κατανομής πόρων με 2 χρήστες έχει ρευστό κόστος της αναρχίας τουλάχιστον 3/2



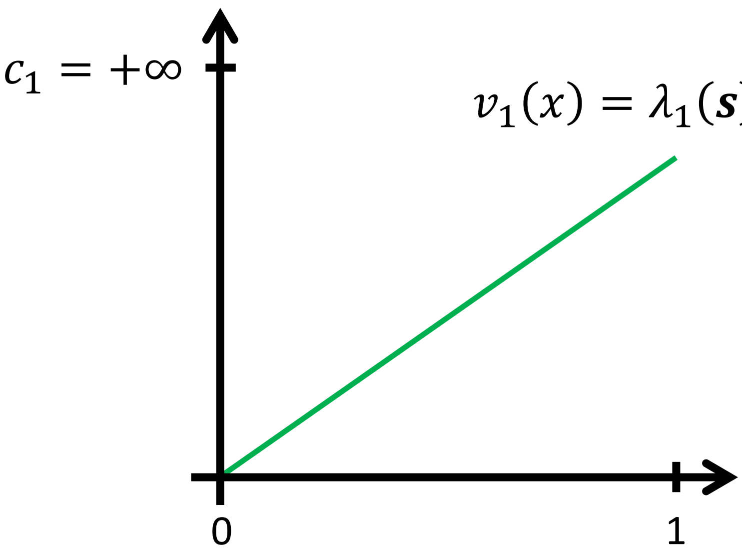
- Κατάσταση ισορροπίας: $\text{LW}(\boldsymbol{d}) = d_1 + d_2 = 1$
- Βέλτιστη κατάσταση: $\text{LW}(\boldsymbol{x}) = 1 + d_2 \geq 3/2$ $\square$

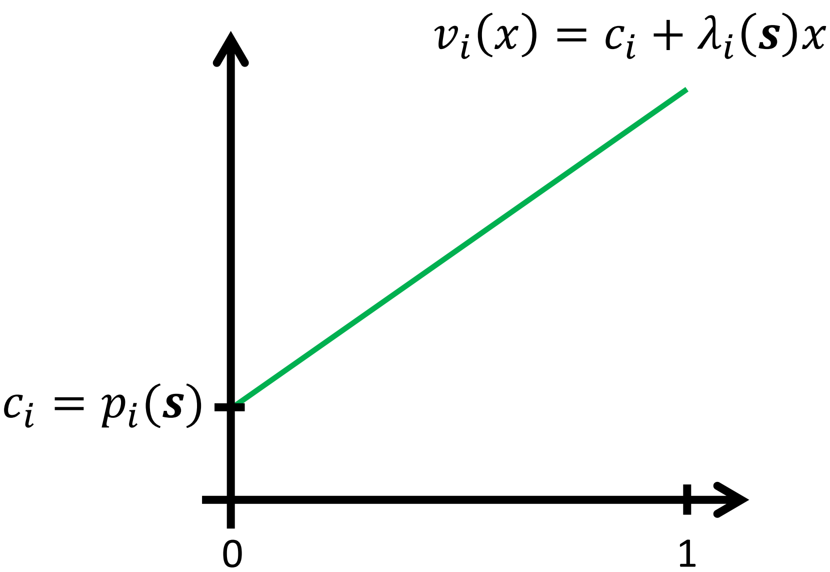
Χαρακτηρισμός χειρότερης περίπτωσης

- Μηχανισμός $\boldsymbol{M}(g, p)$

Χαρακτηρισμός χειρότερης περίπτωσης

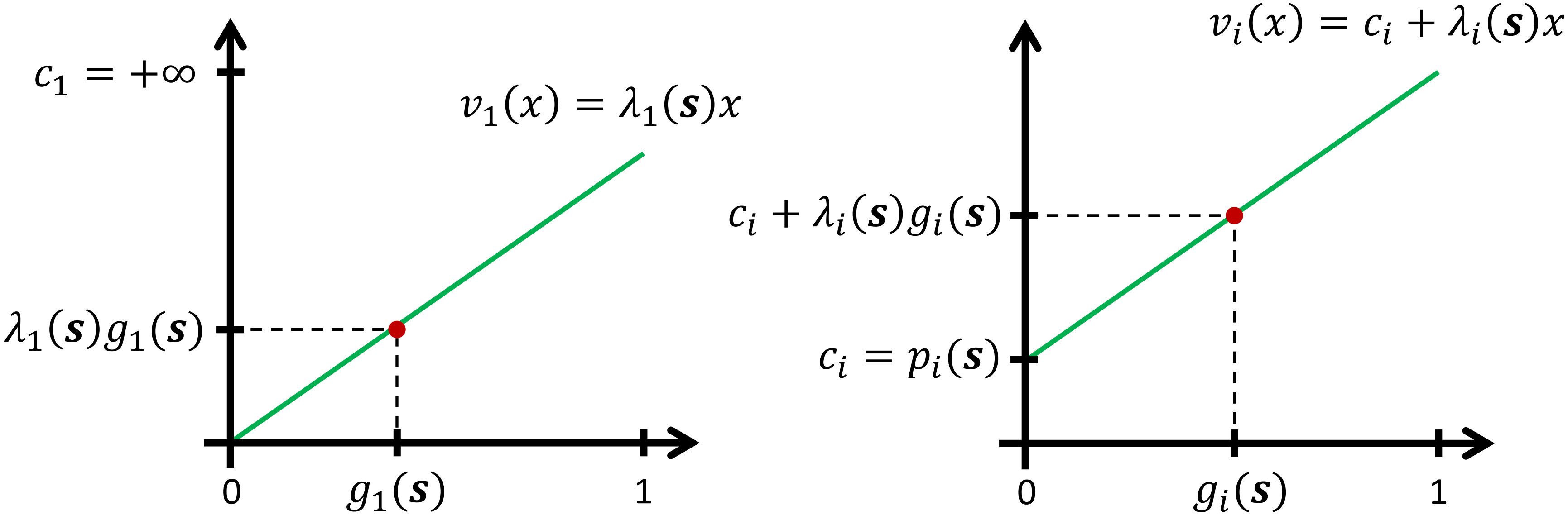
- Μηχανισμός $\boldsymbol{M}(g, p)$
- Για κάθε $\boldsymbol{s}$, το χειρότερο παιχνίδι όπου το $\boldsymbol{s}$ είναι ισορροπία έχει πολύ ειδική μορφή





Χαρακτηρισμός χειρότερης περίπτωσης

- Μηχανισμός $\boldsymbol{M}(g,p)$
- Για κάθε $\boldsymbol{s}$, το χειρότερο παιχνίδι όπου το $\boldsymbol{s}$ είναι ισορροπία έχει πολύ ειδική μορφή

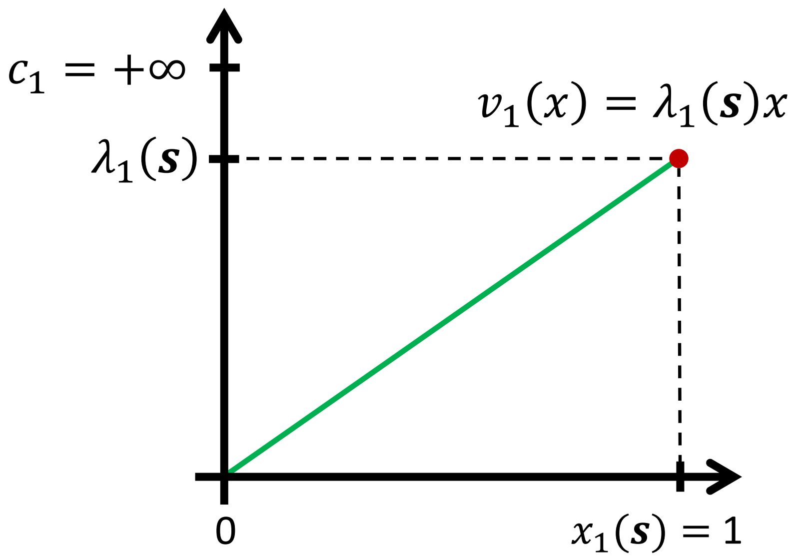


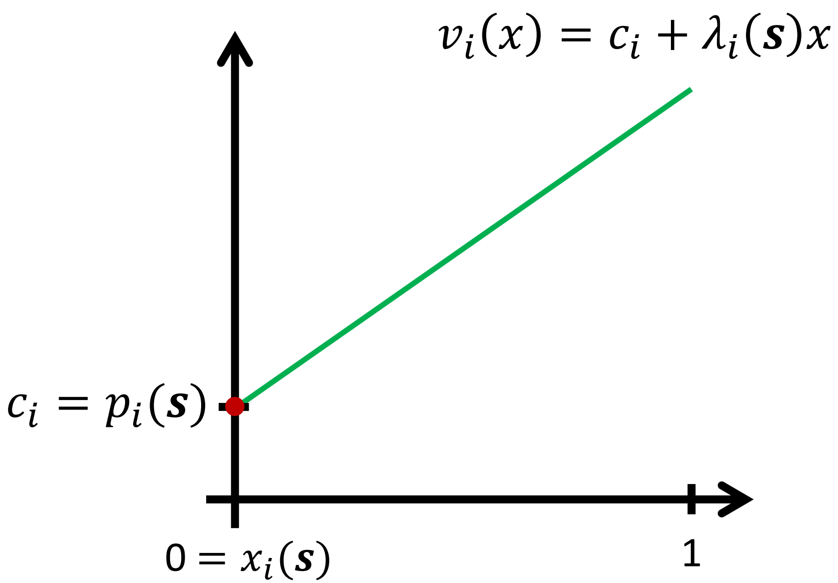
ισορροπία

$$\mathrm{LW}(g(\boldsymbol{s})) = \sum_{i\geq 2} p_i(s) + \lambda_1(\boldsymbol{s})g_1(\boldsymbol{s})$$

Χαρακτηρισμός χειρότερης περίπτωσης

- Μηχανισμός $\boldsymbol{M}(g, p)$
- Για κάθε $\boldsymbol{s}$, το χειρότερο παιχνίδι όπου το $\boldsymbol{s}$ είναι ισορροπία έχει πολύ ειδική μορφή





βέλτιστη κατανομή

$$\text{LW}(x(\boldsymbol{s})) = \sum_{i\geq 2} p_i(s) + \lambda_1(\boldsymbol{s})$$

Χαρακτηρισμός χειρότερης περίπτωσης

- Μηχανισμός $\boldsymbol{M}(g, p)$
- Για κάθε $\boldsymbol{s}$, το χειρότερο παιχνίδι όπου το $\boldsymbol{s}$ είναι ισορροπία έχει πολύ ειδική μορφή

$$\text{LPoA}(\boldsymbol{s}\text{–παιχνίδι}) = \frac{\text{LW}(x(\boldsymbol{s}))}{\text{LW}(g(\boldsymbol{s}))} = \frac{\sum_{i\geq 2} p_i(\boldsymbol{s}) + \lambda_1(\boldsymbol{s})}{\sum_{i\geq 2} p_i(\boldsymbol{s}) + \lambda_1(\boldsymbol{s}) g_1(\boldsymbol{s})}$$

Χαρακτηρισμός χειρότερης περίπτωσης

- Μηχανισμός $\boldsymbol{M}(g,p)$
- Για κάθε $\boldsymbol{s}$, το χειρότερο παιχνίδι όπου το $\boldsymbol{s}$ είναι ισορροπία έχει πολύ ειδική μορφή

$$\text{LPoA}(\boldsymbol{s}\text{–παιχνίδι}) = \frac{\text{LW}(x(\boldsymbol{s}))}{\text{LW}(g(\boldsymbol{s}))} = \frac{\sum_{i\geq 2} p_i(\boldsymbol{s}) + \lambda_1(\boldsymbol{s})}{\sum_{i\geq 2} p_i(\boldsymbol{s}) + \lambda_1(\boldsymbol{s}) g_1(\boldsymbol{s})}$$

<u>**Θεώρημα**</u>

Το ρευστό κόστος της αναρχίας του μηχανισμού $\boldsymbol{M}$ είναι

$$\text{LPoA}(\boldsymbol{M}) = \sup_{\boldsymbol{s}} \frac{\sum_{i\geq 2} p_i(\boldsymbol{s}) + \lambda_1(\boldsymbol{s})}{\sum_{i\geq 2} p_i(\boldsymbol{s}) + \lambda_1(\boldsymbol{s}) g_1(\boldsymbol{s})}$$

όπου:

$$\lambda_1(\boldsymbol{s}) = \left(\left.\frac{\partial g_1(y, s_{-1})}{dy}\right|_{y=s_1} \right)^{-1} \cdot \left.\frac{\partial p_1(y, s_{-1})}{dy}\right|_{y=s_1}$$

Αυστηρό φράγμα για τον μηχανισμό Kelly

Θεώρημα

Το ρευστό κόστος της αναρχίας του μηχανισμού του Kelly είναι ακριβώς ίσο με 2

Αυστηρό φράγμα για τον μηχανισμό Kelly

<u>Θεώρημα</u>
Το ρευστό κόστος της αναρχίας του μηχανισμού του Kelly είναι ακριβώς ίσο με 2

- Κάθε παίκτης πληρώνει το σήμα του: $\sum_{i\geq 2} p_i(\boldsymbol{s}) = \sum_{i\geq 2} s_i = C$

Αυστηρό φράγμα για τον μηχανισμό Kelly

<u>Θεώρημα</u>
Το ρευστό κόστος της αναρχίας του μηχανισμού του Kelly είναι ακριβώς ίσο με 2

- Κάθε παίκτης πληρώνει το σήμα του: $\sum_{i\geq 2} p_i(\boldsymbol{s}) = \sum_{i\geq 2} s_i = C$
- Για τον παίκτη 1: $g_1(\boldsymbol{s}) = \frac{s_1}{s_1+C}$

Αυστηρό φράγμα για τον μηχανισμό Kelly

Θεώρημα
Το ρευστό κόστος της αναρχίας του μηχανισμού του Kelly είναι ακριβώς ίσο με 2

- Κάθε παίκτης πληρώνει το σήμα του: $\sum_{i\geq 2} p_i(\boldsymbol{s}) = \sum_{i\geq 2} s_i = C$
- Για τον παίκτη 1: $g_1(\boldsymbol{s}) = \frac{s_1}{s_1+C}$

$$\left.\begin{aligned} g_1(y, \boldsymbol{s}_{-1}) &= \frac{y}{y+C} \Rightarrow \frac{\partial g_1(y,\boldsymbol{s}_{-1})}{dy}\bigg|_{y=s_1} = \frac{C}{(s_1+C)^2} \\ p_1(y, \boldsymbol{s}_{-1}) &= y \Rightarrow \frac{\partial p_1(y,\boldsymbol{s}_{-1})}{dy}\bigg|_{y=s_1} = 1 \end{aligned}\right\} \lambda_1(\boldsymbol{s}) = \frac{(s_1+C)^2}{C}$$

Αυστηρό φράγμα για τον μηχανισμό Kelly

<u>**Θεώρημα**</u>
Το ρευστό κόστος της αναρχίας του μηχανισμού του Kelly είναι ακριβώς ίσο με 2

- Κάθε παίκτης πληρώνει το σήμα του: $\sum_{i\geq 2} p_i(\boldsymbol{s}) = \sum_{i\geq 2} s_i = C$
- Για τον παίκτη 1: $g_1(\boldsymbol{s}) = \frac{s_1}{s_1+C}$

$$\left.\begin{aligned} g_1(y, \boldsymbol{s}_{-1}) &= \frac{y}{y+C} \Rightarrow \frac{\partial g_1(y,\boldsymbol{s}_{-1})}{dy}\Big|_{y=s_1} = \frac{C}{(s_1+C)^2} \\ p_1(y, \boldsymbol{s}_{-1}) &= y \Rightarrow \frac{\partial p_1(y,\boldsymbol{s}_{-1})}{dy}\Big|_{y=s_1} = 1 \end{aligned}\right\} \lambda_1(\boldsymbol{s}) = \frac{(s_1+C)^2}{C}$$

$$\text{LPoA}(\textbf{Kelly}) = \sup_{s_1, C} \frac{C + (s_1+C)^2/C}{C + s_1(s_1+C)/C} = 2 \qquad \square$$

Σύνοψη αποτελεσμάτων

μηχανισμός	LPoA
όλοι	$\geq$ 2-1/n
Kelly	2
SH	3
E2-PYS	1.79
E2-SR	1.53

Σύνοψη αποτελεσμάτων

μηχανισμός	LPoA
όλοι	$\geq 2\text{-}1/n$
Kelly	2
SH	3
E2-PYS	1.79
E2-SR	1.53

Δεν υπάρχουν πλήρως αποδοτικοί μηχανισμοί

Σύνοψη αποτελεσμάτων

μηχανισμός	LPoA
όλοι	$\geq$ 2-1/n
Kelly	2
SH	3
E2-PYS	1.79
E2-SR	1.53

Σχεδόν βέλτιστος μηχανισμός
για πολλούς παίκτες

Σύνοψη αποτελεσμάτων

μηχανισμός	LPoA
όλοι	$\geq$ 2-1/n
Kelly	2
SH	3
E2-PYS	1.79
E2-SR	1.53

Αλλαγή εικόνας όταν υποθέτουμε budgets

Σύνοψη αποτελεσμάτων

μηχανισμός	LPoA
όλοι	$\geq$ 2-1/n
Kelly	2
SH	3
E2-PYS	1.79
E2-SR	1.53

Οι συναρτήσεις κατανομής είναι λύσεις ***γραμμικών διαφορικών εξισώσεων***, οι οποίες προκύπτουν από το θεώρημα χειρότερης περίπτωσης, ορίζοντας κατάλληλα την συνάρτηση πληρωμών (PYS/SR)

Σύνοψη αποτελεσμάτων

μηχανισμός	LPoA
όλοι	$\geq$ 2-1/n
Kelly	2
SH	3
E2-PYS	1.79
E2-SR	1.53

Καλύτερος δυνατός PYS μηχανισμός για 2 παίκτες

Σύνοψη αποτελεσμάτων

μηχανισμός	LPoA
όλοι	$\geq 2\text{-}1/n$
Kelly	2
SH	3
E2-PYS	1.79
E2-SR	1.53

Σχεδόν βέλτιστος μηχανισμός για 2 παίκτες

Παιχνίδια διαμόρφωσης απόψεων

Ένα απλό μοντέλο

- Κάθε άτομο έχει μια (αριθμητική) **πεποίθηση** s_i
- Εκφράζει μια πιθανώς διαφορετική **άποψη** z_i
- **Διαδικασία μέσου όρου:** όλα τα άτομα ενημερώνουν ταυτόχρονα τις απόψεις τους με βάση τον κανόνα

$$z_i = \frac{s_i + \sum_{j \in N_i} z_j}{1 + |N_i|}$$

- N_i είναι το σύνολο των ατόμων που αποτελούν τον **κοινωνικό κύκλο** του ατόμου i
  - Friedkin & Johnsen (1990)

Παιγνιο-θεωρητική ερμηνεία

- Το όριο της διαδικασίας μέσου όρου είναι η μοναδική ισορροπία ενός **παιχνιδιού διαμόρφωσης απόψεων** το οποίο ορίζεται από τις πεποιθήσεις των ατόμων
- Οι απόψεις των ατόμων (παικτών) είναι οι στρατηγικές τους
- Κάθε παίκτης έχει ένα **κόστος** το οποίο εξαρτάται από την πεποίθηση του και τις απόψεις που επικρατούν στον κοινωνικό του κύκλο:

$$\mathrm{cost}_i(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{z}) = (z_i - s_i)^2 + \sum_{j \in N_i} \left(z_i - z_j\right)^2$$

- Οι παίκτες προσπαθούν να **ελαχιστοποιήσουν** το κόστος τους
  - Bindel, Kleinberg, & Oren (2015)

Παιχνίδια συν-εξέλιξης

- Ο κοινωνικός κύκλος ενός ατόμου αλλάζει καθώς οι απόψεις αλλάζουν
- ***k*-NN παιχνίδια** (Nearest Neighbors)
- Δεν υπάρχει κάποιο υποκείμενο **κοινωνικό δίκτυο**
- Ο κοινωνικός κύκλος $N_i(\mathbf{s}, \mathbf{z})$ αποτελείται από τα k άτομα με άποψη **πιο κοντά** στην πεποίθηση του i
- Ίδια συνάρτηση κόστους:

$$\text{cost}_i(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{z}) = (z_i - s_i)^2 + \sum_{j \in N_i(\mathbf{s},\mathbf{z})} \left(z_i - z_j\right)^2$$

  – Bhawalkar, Gollapudi, & Munagala (2013)

Παιχνίδια συμβιβασμού

- **k-COF παιχνίδια** (Compromising Opinion Formation)
- Δεν υπάρχει κάποιο υποκείμενο κοινωνικό δίκτυο
- Ο κοινωνικός κύκλος $N_i(\mathbf{s}, \mathbf{z})$ αποτελείται από τα k άτομα με άποψη **πιο κοντά** στην πεποίθηση του i
- Διαφορετικός ορισμός του κόστους:

$$\text{cost}_i(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{z}) = \max_{j \in N_i(\mathbf{s},\mathbf{z})} \{|z_i - s_i|, |z_i - z_j|\}$$

Παιχνίδια συμβιβασμού

- ***k*-COF παιχνίδια** (Compromising Opinion Formation)
- Δεν υπάρχει κάποιο υποκείμενο κοινωνικό δίκτυο
- Ο κοινωνικός κύκλος $N_i(\mathbf{s}, \mathbf{z})$ αποτελείται από τα k άτομα με άποψη **πιο κοντά** στην πεποίθηση του i
- Διαφορετικός ορισμός του κόστους:

$$\text{cost}_i(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{z}) = \max_{j \in N_i(\mathbf{s},\mathbf{z})} \{|z_i - s_i|, |z_i - z_j|\}$$

  – Υπάρχουν πάντα αμιγείς ισορροπίες;

  – Μπορούμε να τις υπολογίσουμε όταν υπάρχουν;

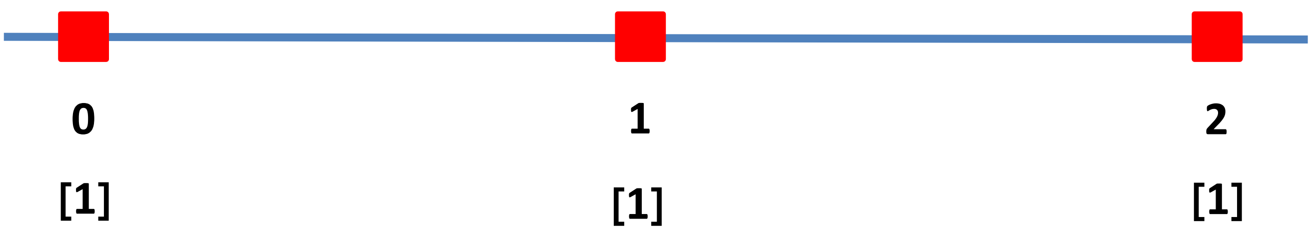
  – Πόσο αποδοτικές είναι οι ισορροπίες (κόστος της αναρχίας και της ευστάθειας);

Ύπαρξη ισορροπιών

<u>Θεώρημα</u>
Δεν υπάρχει πάντα αμιγής ισορροπία, για κάθε k

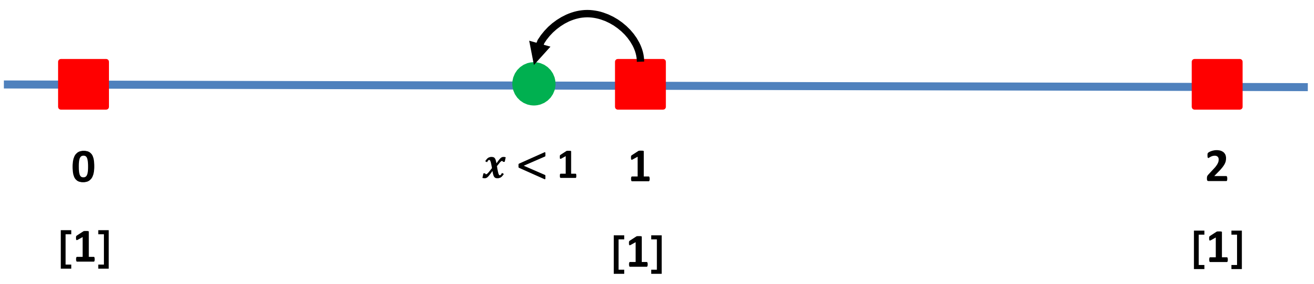
Ύπαρξη ισορροπιών

<u>**Θεώρημα**</u>
Δεν υπάρχει πάντα αμιγής ισορροπία, για $k = 1$



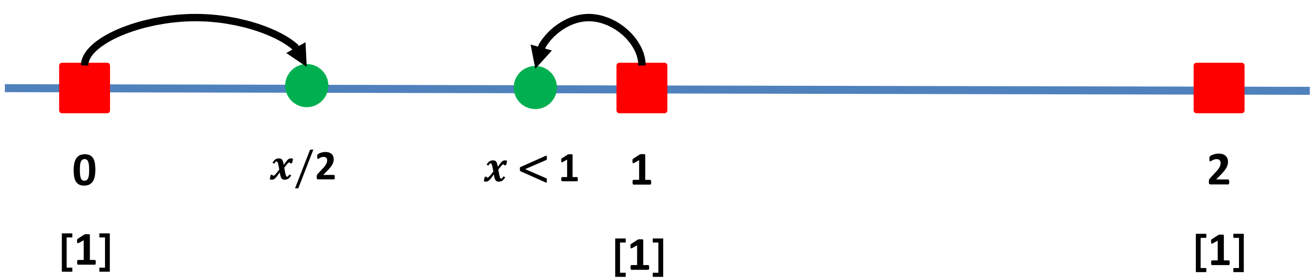
Ύπαρξη ισορροπιών

<u>Θεώρημα</u>
Δεν υπάρχει πάντα αμιγής ισορροπία, για $k = 1$



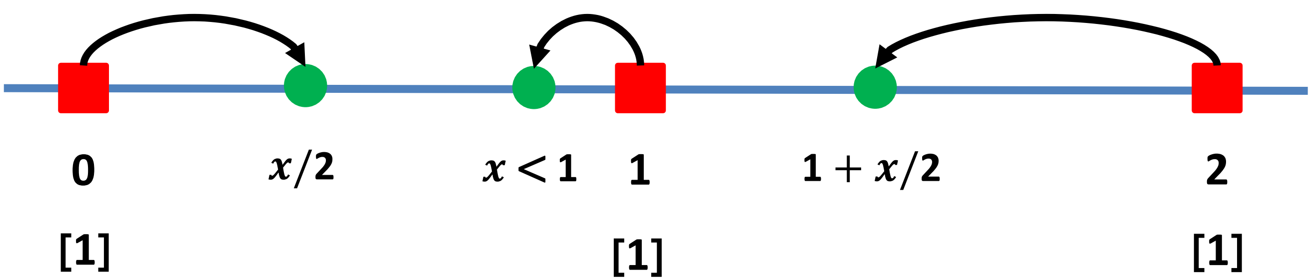
Ύπαρξη ισορροπιών

<u>Θεώρημα</u>
Δεν υπάρχει πάντα αμιγής ισορροπία, για $k = 1$



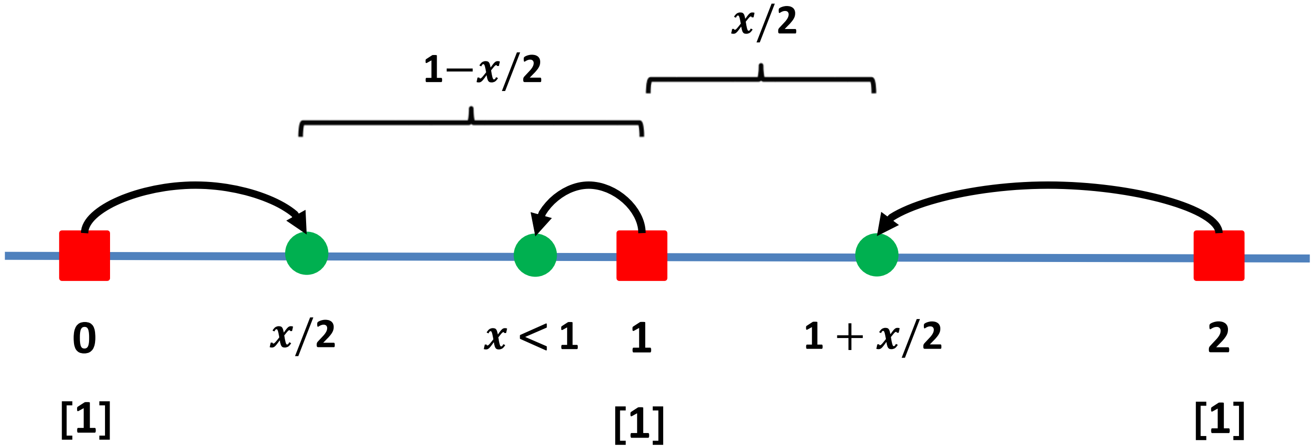
Ύπαρξη ισορροπιών

Θεώρημα
Δεν υπάρχει πάντα αμιγής ισορροπία, για $k = 1$



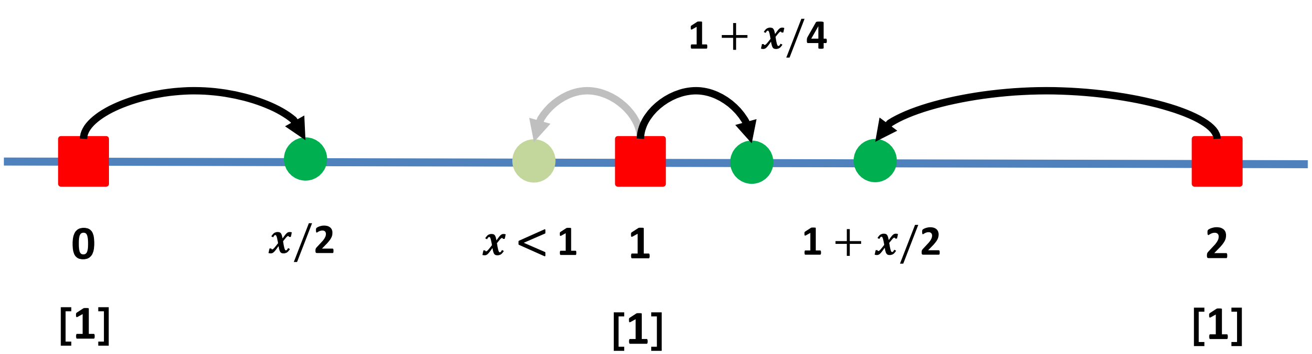
Ύπαρξη ισορροπιών

<u>Θεώρημα</u>
Δεν υπάρχει πάντα αμιγής ισορροπία, για $k = 1$



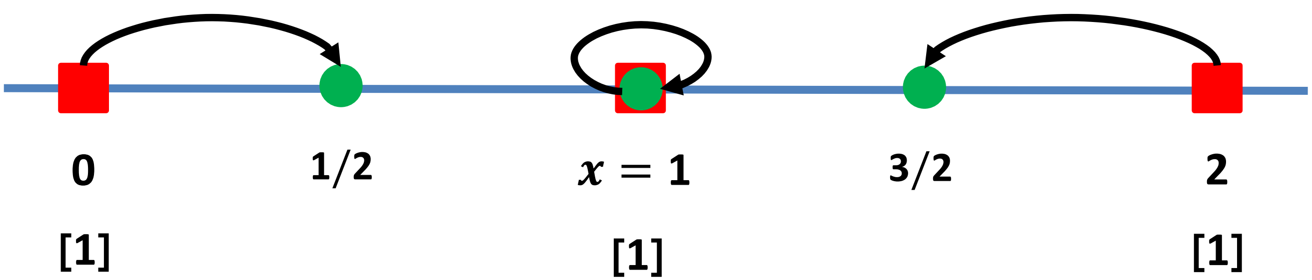
Ύπαρξη ισορροπιών

<u>Θεώρημα</u>
Δεν υπάρχει πάντα αμιγής ισορροπία, για $k = 1$



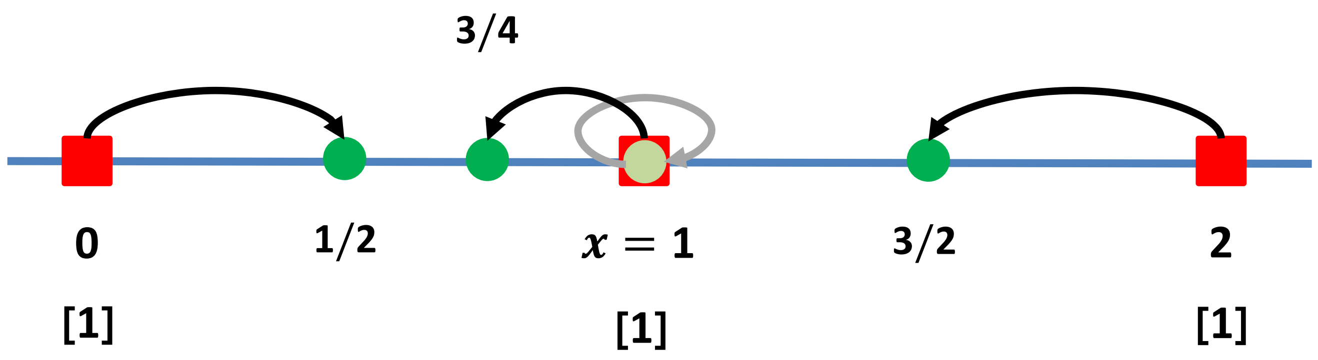
Ύπαρξη ισορροπιών

Θεώρημα
Δεν υπάρχει πάντα αμιγής ισορροπία, για $k = 1$



Ύπαρξη ισορροπιών

<u>Θεώρημα</u>
Δεν υπάρχει πάντα αμιγής ισορροπία, για $k = 1$



□

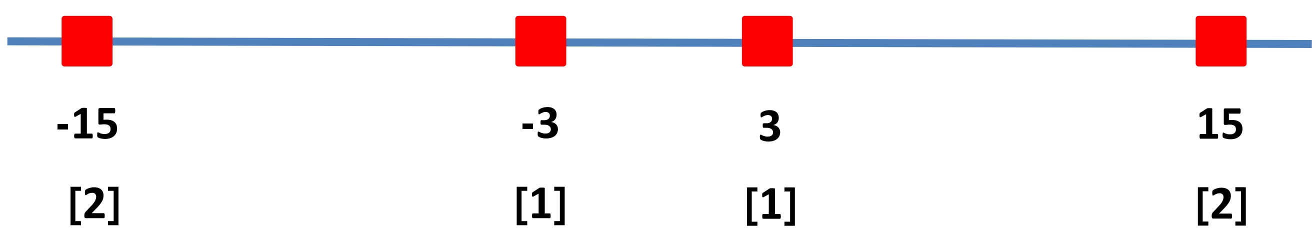
Ένα κάτω φράγμα για το κόστος της αναρχίας

<u>Θεώρημα</u>

Για $k = 1$, το κόστος της αναρχίας είναι τουλάχιστον 3

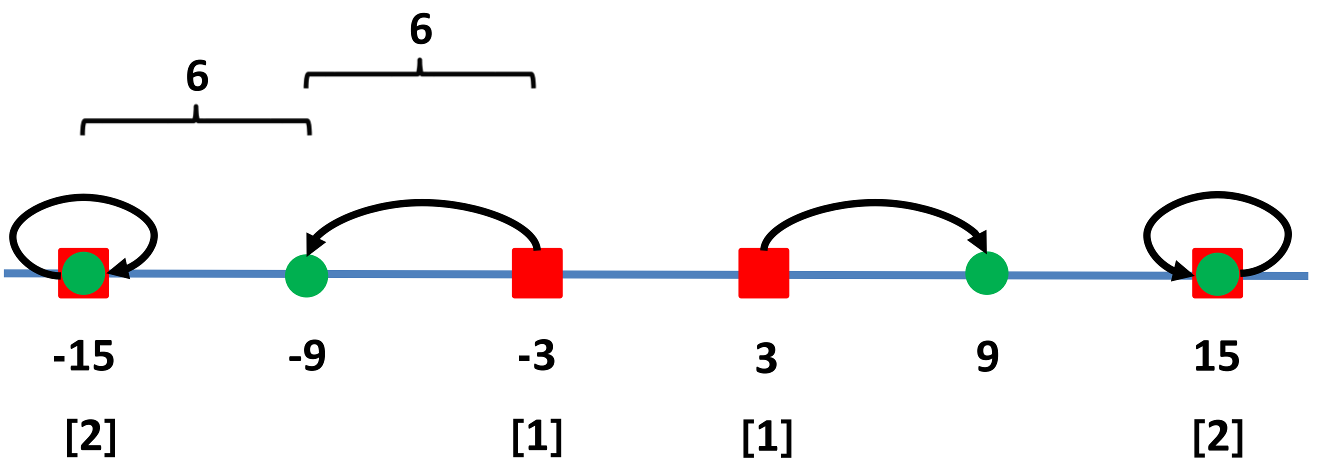
Ένα κάτω φράγμα για το κόστος της αναρχίας

<u>Θεώρημα</u>
Για $k = 1$, το κόστος της αναρχίας είναι τουλάχιστον 3



Ένα κάτω φράγμα για το κόστος της αναρχίας

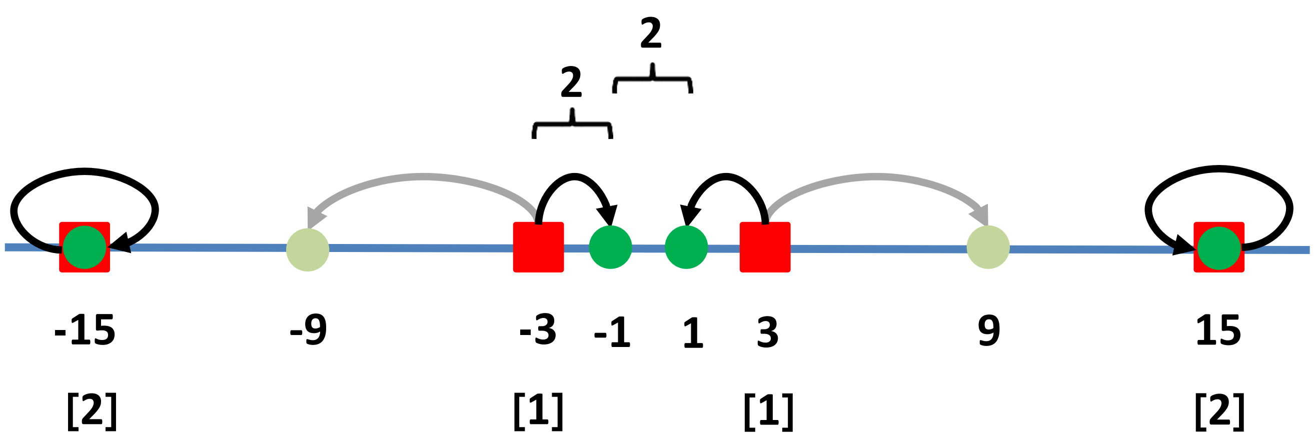
Θεώρημα
Για $k = 1$, το κόστος της αναρχίας είναι τουλάχιστον 3



$\mathrm{SC}(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{z}) = 12$

Ένα κάτω φράγμα για το κόστος της αναρχίας

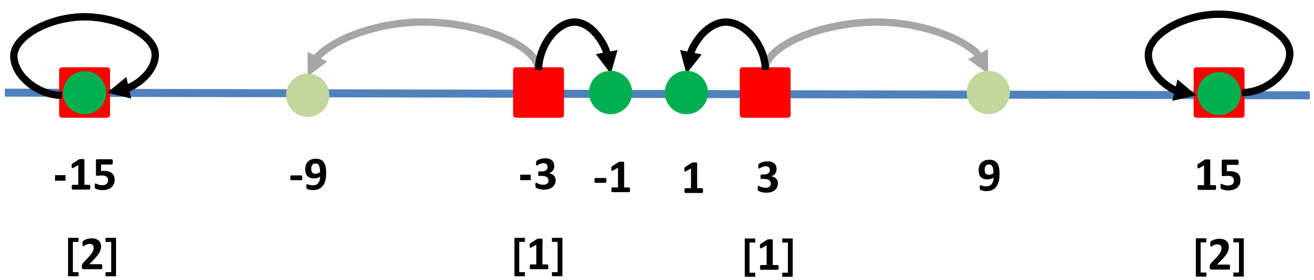
Θεώρημα
Για $k = 1$, το κόστος της αναρχίας είναι τουλάχιστον 3



$\mathrm{SC}(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{z}') = 4$

Ένα κάτω φράγμα για το κόστος της αναρχίας

Θεώρημα
Για $k = 1$, το κόστος της αναρχίας είναι τουλάχιστον 3



$$\text{PoA} \geq \frac{\text{SC}(\boldsymbol{s},\boldsymbol{z})}{\text{SC}(\boldsymbol{s},\boldsymbol{z}')} = \frac{12}{4} = 3$$

□

Σύνοψη αποτελεσμάτων

- **Δεν υπάρχει** πάντα αμιγής ισορροπία, για οποιοδήποτε $k \geq 1$
- Για k = 1, μπορούμε να υπολογίσουμε αποδοτικά την καλύτερη και τη χειρότερη ισορροπία
  - **Ελάχιστα/μέγιστα μονοπάτια σε DAGs**
- Τα κόστη της αναρχίας και της ευστάθειας εξαρτώνται *γραμμικά από το* k
  - Αποδείξεις βασισμένες σε **LP duality** και **ανάλυση περιπτώσεων**
  - Αυστηρό φράγμα 3 για το κόστος της αναρχίας όταν k = 1
  - Κάτω φράγματα για μικτές ισορροπίες

Μεταφορά ιδιοκτησίας

Μεταφορά ιδιοκτησίας

- **Αποκρατικοποίηση δημόσιων περιουσιακών στοιχείων**
  - εταιρείες ρεύματος/νερού, αεροδρόμια, ακίνητα, ...
- **Διοργάνωση αθλητικών τουρνουά**
  - Παγκόσμιο κύπελλο, Ολυμπιακοί αγώνες, Formula 1, ...

Μεταφορά ιδιοκτησίας

- **Αποκρατικοποίηση δημόσιων περιουσιακών στοιχείων**
  – εταιρείες ρεύματος/νερού, αεροδρόμια, ακίνητα, …
- **Διοργάνωση αθλητικών τουρνουά**
  – Παγκόσμιο κύπελλο, Ολυμπιακοί αγώνες, Formula 1, …

- Πως πρέπει να αποφασίσουμε ποιος θα είναι ο νέος ιδιοκτήτης;
  – Ιστορικά δεδομένα σχετικά με τους υποψήφιους αγοραστές
  – Δημοπρασία μεταξύ των υποψηφίων

Μεταφορά ιδιοκτησίας

- **Αποκρατικοποίηση δημόσιων περιουσιακών στοιχείων**
  - εταιρείες ρεύματος/νερού, αεροδρόμια, ακίνητα, …
- **Διοργάνωση αθλητικών τουρνουά**
  - Παγκόσμιο κύπελλο, Ολυμπιακοί αγώνες, Formula 1, …

- Πως πρέπει να αποφασίσουμε ποιος θα είναι ο νέος ιδιοκτήτης;
  - Ιστορικά δεδομένα σχετικά με τους υποψήφιους αγοραστές
  - Δημοπρασία μεταξύ των υποψηφίων

- Ο νέος ιδιοκτήτης αποζητά το κέρδος, και μπορεί οι αποφάσεις που θα πάρει να μην είναι προς όφελος των εργαζομένων της εταιρείας ή των καταναλωτών

Μεταφορά ιδιοκτησίας

- Στόχος μας είναι να πάρουμε μια απόφαση που να ικανοποιεί τόσο τους εργαζομένους/καταναλωτές όσο και τον νέο ιδιοκτήτη (αν υπάρχει)

Μεταφορά ιδιοκτησίας

- Στόχος μας είναι να πάρουμε μια απόφαση που να ικανοποιεί τόσο τους εργαζομένους/καταναλωτές όσο και τον νέο ιδιοκτήτη (αν υπάρχει)

- **Δημοπρασία + συμβουλές από ειδικούς**
  - Η δημοπρασία εγγυάται ότι η τιμή πώλησης είναι η καλύτερη δυνατή
  - Οι ειδικοί εξασφαλίζουν το κοινωνικό όφελος των εργαζομένων και των καταναλωτών

Ένα απλό μοντέλο

- Ένα αντικείμενο προς πώληση
- **Δύο πιθανοί αγοραστές A και B**
  - Κάθε αγοραστής i έχει μια **αποτίμηση** w_i για το αντικείμενο
- **Ένας ειδικός (expert)**
  - Ο ειδικός έχει αποτιμήσεις τύπου **von Neumann-Morgenstern** $v(\cdot)$ για τις τρεις επιλογές:

    (1) να πουλήσουμε το αντικείμενο στον A

    (2) να πουλήσουμε το αντικείμενο στον B

    (3) να μην πουλήσουμε το αντικείμενο (no-sale, $\emptyset$)

  - vNM αποτιμήσεις: [1, x, 0]

Ένα απλό μοντέλο

- Σχεδιασμός μηχανισμών οι οποίοι
  - να δίνουν κατάλληλα κίνητρα στους αγοραστές *και* στον ειδικό για να **δηλώσουν την αλήθεια** σχετικά με τις αποτιμήσεις τους, και
  - να αποφασίζουν την εναλλακτική $i \in \{A, B, \emptyset\}$ που **μεγιστοποιεί** το **κοινωνικό όφελος**

$$\mathrm{SW}(i) = \begin{cases} v(i) + \dfrac{w_i}{\max(w_A, w_B)}, & i \in \{A, B\} \\ v(\emptyset), & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Ένα απλό μοντέλο

- Σχεδιασμός μηχανισμών οι οποίοι
  - να δίνουν κατάλληλα κίνητρα στους αγοραστές *και* στον ειδικό για να **δηλώσουν την αλήθεια** σχετικά με τις αποτιμήσεις τους, και
  - να αποφασίζουν την εναλλακτική $i \in \{A, B, \emptyset\}$ που **μεγιστοποιεί** το **κοινωνικό όφελος**

$$\mathrm{SW}(i) = \begin{cases} v(i) + \dfrac{w_i}{\max(w_A, w_B)}, & i \in \{A, B\} \\ v(\emptyset), & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

- **Συνδυασμός προσεγγιστικής σχεδίασης μηχανισμών**
  - **με χρήματα** για τους αγοραστές (Nisan & Ronen, 2001)
  - **χωρίς χρήματα** για τον ειδικό (Procaccia & Tennenholtz, 2013)

Δυσκολία του προβλήματος

- **Μηχανισμός: επίλεξε την εναλλακτική που μεγιστοποιεί το κοινωνικό όφελος**
  - Μπορεί ένας τέτοιος μηχανισμός να δώσει τα κατάλληλα κίνητρα σε όλους τους συμμετέχοντες;

Δυσκολία του προβλήματος

- **Μηχανισμός:** **επίλεξε την εναλλακτική που μεγιστοποιεί το κοινωνικό όφελος**
  – Μπορεί ένας τέτοιος μηχανισμός να δώσει τα κατάλληλα κίνητρα σε όλους τους συμμετέχοντες;

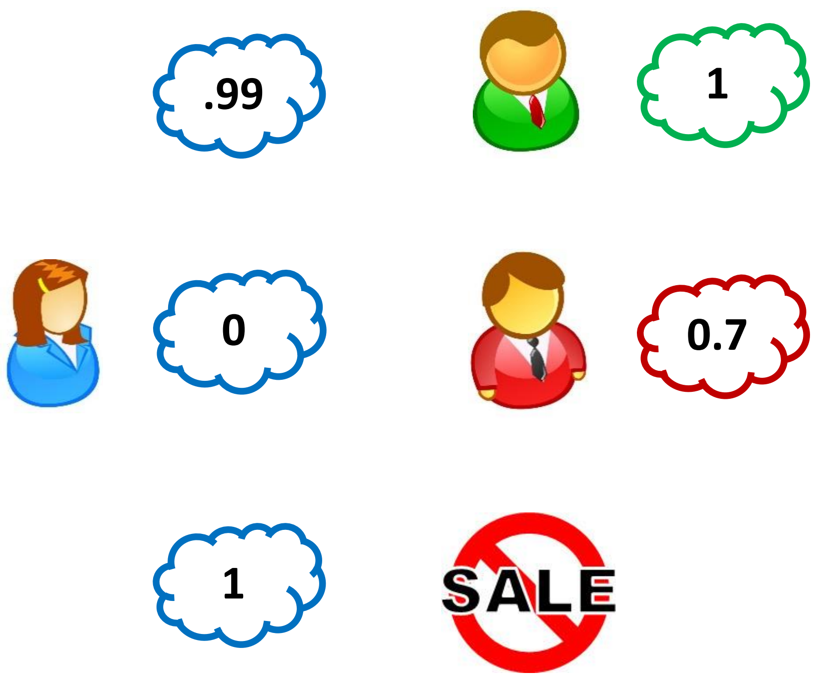
Δυσκολία του προβλήματος

- **Μηχανισμός: επίλεξε την εναλλακτική που μεγιστοποιεί το κοινωνικό όφελος**
  – Μπορεί ένας τέτοιος μηχανισμός να δώσει τα κατάλληλα κίνητρα σε όλους τους συμμετέχοντες;

Δυσκολία του προβλήματος

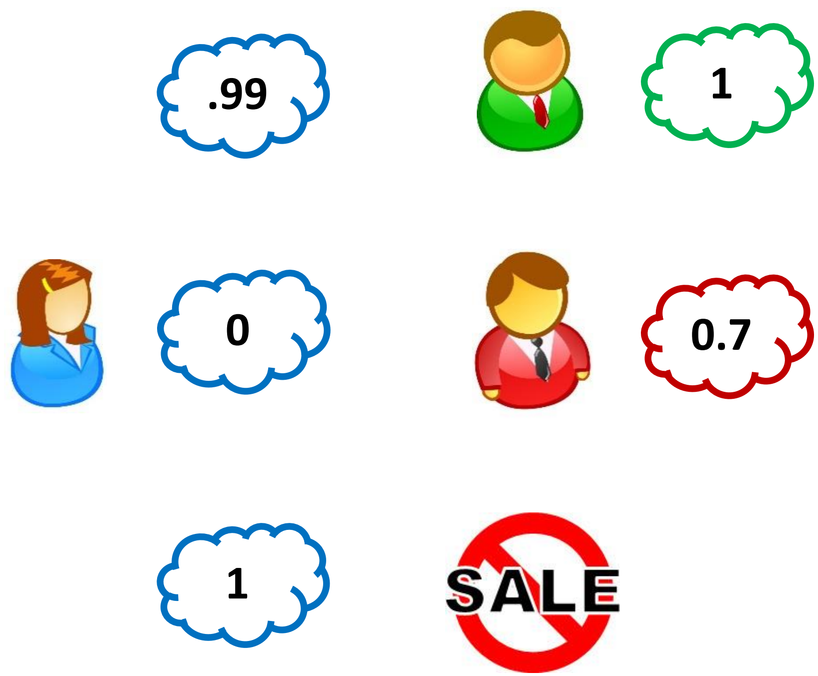
- **Μηχανισμός:** **επίλεξε την εναλλακτική που μεγιστοποιεί το κοινωνικό όφελος**
  - Μπορεί ένας τέτοιος μηχανισμός να δώσει τα κατάλληλα κίνητρα σε όλους τους συμμετέχοντες;

Παραδείγματα φιλαληθών μηχανισμών



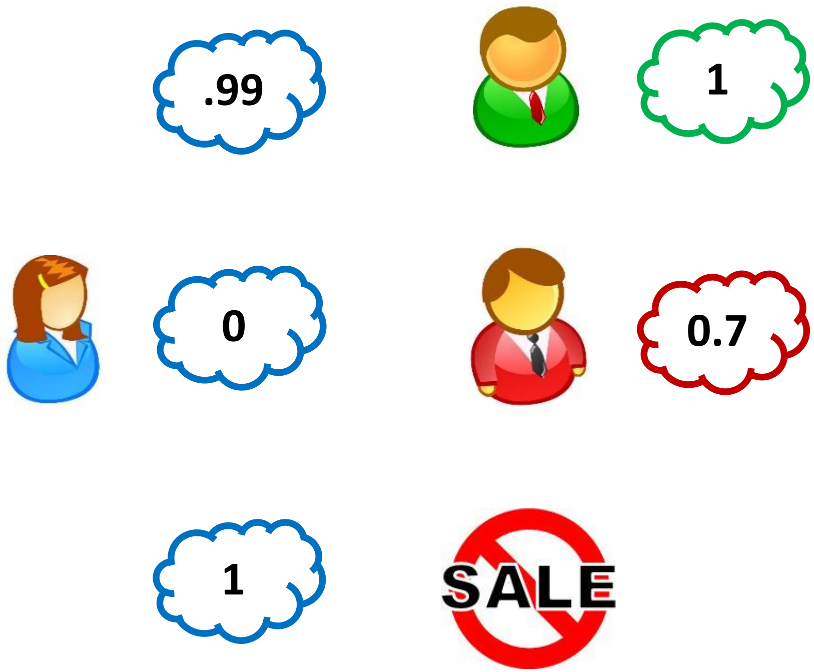
Παραδείγματα φιλαληθών μηχανισμών

- **Μηχανισμός:** επίλεξε την εναλλακτική που θέλει ο ειδικός



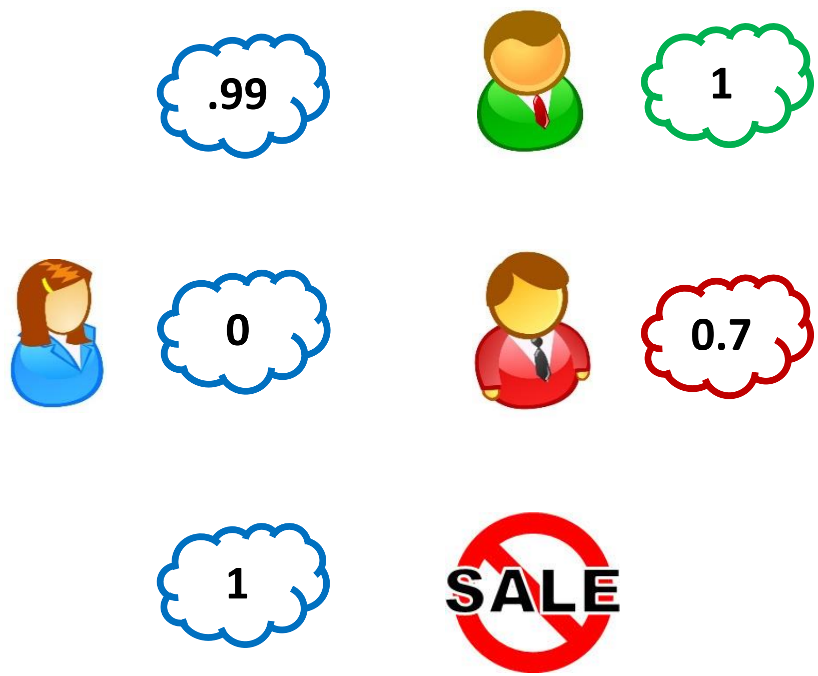
Παραδείγματα φιλαληθών μηχανισμών

- **Μηχανισμός: επίλεξε την εναλλακτική που θέλει ο ειδικός**
- SW(μηχανισμού) = SW(no-sale) = 1 *vs.* SW(πράσινου) ≈ 2
  - Λόγος προσέγγισης = 2



Παραδείγματα φιλαληθών μηχανισμών

- **Μηχανισμός:** **με πιθανότητα 2/3 επίλεξε την αγαπημένη επιλογή του ειδικού, και με πιθανότητα 1/3 την δεύτερη αγαπημένη του**
- SW(μηχανισμού) = SW(no-sale) · 2/3 + SW(πράσινου) · 1/3 ≈ 4/3
  - 3/2-προσεγγιστικός



Σύνοψη αποτελεσμάτων

κλάση μηχανισμών	προσέγγιση
ordinal	1.5
bid-independent	1.377
expert-independent	1.343
randomized template	1.25
deterministic template	1.618
deterministic	≥ 1.618
all	≥ 1.14

Σύνοψη αποτελεσμάτων

κλάση μηχανισμών	προσέγγιση
ordinal	1.5
bid-independent	1.377
expert-independent	1.343
randomized template	1.25
deterministic template	1.618
deterministic	$\geq$ 1.618
all	$\geq$ 1.14

Μηχανισμοί που αποφασίζουν με βάση το πώς συγκρίνονται οι αποτιμήσεις που δίνουν ως είσοδο ο ειδικός ή οι αγοραστές

Σύνοψη αποτελεσμάτων

κλάση μηχανισμών	προσέγγιση
ordinal	1.5
bid-independent	1.377
expert-independent	1.343
randomized template	1.25
deterministic template	1.618
deterministic	≥ 1.618
all	≥ 1.14

Μηχανισμοί που αποφασίζουν με βάση μόνο τις αριθμητικές αποτιμήσεις που αναφέρει ο ειδικός

Σύνοψη αποτελεσμάτων

κλάση μηχανισμών	προσέγγιση
ordinal	1.5
bid-independent	1.377
expert-independent	1.343
randomized template	1.25
deterministic template	1.618
deterministic	$\geq$ 1.618
all	$\geq$ 1.14

Μηχανισμοί που αποφασίζουν με βάση μόνο τις αριθμητικές αποτιμήσεις που αναφέρουν οι αγοραστές

Σύνοψη αποτελεσμάτων

κλάση μηχανισμών	προσέγγιση
ordinal	1.5
bid-independent	1.377
expert-independent	1.343
randomized template	1.25
deterministic template	1.618
deterministic	$\geq$ 1.618
all	$\geq$ 1.14

Μηχανισμοί που αποφασίζουν με βάση τις αριθμητικές αποτιμήσεις που αναφέρουν ο ειδικός *και* οι αγοραστές

Σύνοψη αποτελεσμάτων

κλάση μηχανισμών	προσέγγιση
ordinal	1.5
bid-independent	1.377
expert-independent	1.343
randomized template	1.25
deterministic template	1.618
deterministic	≥ 1.618
all	≥ 1.14

Κάτω φράγματα για όλους τους μηχανισμούς

Μεγιστοποίηση εσόδων σε συνδυαστικές αγορές

Το πρόβλημα μη συμμετρικής διαμέρισης δυαδικού πίνακα

- $\boldsymbol{A}$ = δυαδικός πίνακας με n γραμμές και m στήλες

$\boldsymbol{A} =$

0	0	0	1
1	0	0	0
0	0	1	0
1	0	1	1

Το πρόβλημα μη συμμετρικής διαμέρισης δυαδικού πίνακα

- $\boldsymbol{A}$ = δυαδικός πίνακας με n γραμμές και m στήλες
- $\boldsymbol{p}$ = πιθανοτική κατανομή επί των στηλών του $\boldsymbol{A}$

$\boldsymbol{p} =$	**10%**	**20%**	**25%**	**45%**
	0	**0**	**0**	**1**
$\boldsymbol{A} =$	**1**	**0**	**0**	**0**
	0	**0**	**1**	**0**
	1	**0**	**1**	**1**

Το πρόβλημα μη συμμετρικής διαμέρισης δυαδικού πίνακα

- $\boldsymbol{A}$ = δυαδικός πίνακας με n γραμμές και m στήλες
- $\boldsymbol{p}$ = πιθανοτική κατανομή επί των στηλών του $\boldsymbol{A}$
- $\boldsymbol{B}$ = σχήμα διαμέρισης
  - Αποτελείται από μια διαμέριση B_i των στηλών για κάθε γραμμή i

$\boldsymbol{p} =$

10%	**20%**	**25%**	**45%**
0	**0**	**0**	**1**
1	**0**	**0**	**0**
0	**0**	**1**	**0**
1	**0**	**1**	**1**

$\boldsymbol{A} =$

Το πρόβλημα μη συμμετρικής διαμέρισης δυαδικού πίνακα

- $\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{B}}$ = ομαλός πίνακας που προκύπτει από την εφαρμογή του σχήματος διαμέρισης $\boldsymbol{B}$ στον πίνακα $\boldsymbol{A}$

$$j \in B_{ik} \implies A_{ij}^{B} = \frac{\sum_{\ell \in B_{ik}} p_\ell \cdot A_{i\ell}}{\sum_{\ell \in B_{ik}} p_\ell}$$

$\boldsymbol{p} =$

10%	20%	25%	45%

$\boldsymbol{A} =$

0	0	0	1
1	0	0	0
0	0	1	0
1	0	1	1

Το πρόβλημα μη συμμετρικής διαμέρισης δυαδικού πίνακα

- $\boldsymbol{A^B}$ = ομαλός πίνακας που προκύπτει από την εφαρμογή του σχήματος διαμέρισης $\boldsymbol{B}$ στον πίνακα $\boldsymbol{A}$

$$j \in B_{ik} \implies A_{ij}^B = \frac{\sum_{\ell \in B_{ik}} p_\ell \cdot A_{i\ell}}{\sum_{\ell \in B_{ik}} p_\ell}$$

$\boldsymbol{p} =$

10%	20%	25%	45%

$\boldsymbol{A} =$

0	0	0	1
1	0	0	0
0	0	1	0
1	0	1	1

$$A_{41}^B = \frac{10\% \cdot 1 + 20\% \cdot 0}{10\% + 20\%} = 0.33$$

Το πρόβλημα μη συμμετρικής διαμέρισης δυαδικού πίνακα

- $\boldsymbol{A^B}$ = ομαλός πίνακας που προκύπτει από την εφαρμογή του σχήματος διαμέρισης $\boldsymbol{B}$ στον πίνακα $\boldsymbol{A}$

$$j \in B_{ik} \implies A^B_{ij} = \frac{\sum_{\ell \in B_{ik}} p_\ell \cdot A_{i\ell}}{\sum_{\ell \in B_{ik}} p_\ell}$$

$\boldsymbol{p} =$

10%	20%	25%	45%

$\boldsymbol{A} =$

0	0	0	1
1	0	0	0
0	0	1	0
1	0	1	1

$$A^B_{41} = \frac{10\% \cdot 1 + 20\% \cdot 0}{10\% + 20\%} = 0.33$$

$$A^B_{23} = \frac{10\% \cdot 1 + 20\% \cdot 0 + 25\% \cdot 0}{10\% + 20\% + 25\%} = 0.18$$

Το πρόβλημα μη συμμετρικής διαμέρισης δυαδικού πίνακα

- $\boldsymbol{A^B}$ = ομαλός πίνακας που προκύπτει από την εφαρμογή του σχήματος διαμέρισης $\boldsymbol{B}$ στον πίνακα $\boldsymbol{A}$

$$j \in B_{ik} \implies A_{ij}^{B} = \frac{\sum_{\ell \in B_{ik}} p_\ell \cdot A_{i\ell}}{\sum_{\ell \in B_{ik}} p_\ell}$$

$\boldsymbol{p} =$

10%	20%	25%	45%
0	0	0	1
1	0	0	0
0	0	1	0
1	0	1	1

$\boldsymbol{A} =$

10%	20%	25%	45%
0	0.5	0.5	0.5
0.18	0.18	0.18	0
0.25	0.25	0.25	0.25
0.33	0.33	1	1

$= \boldsymbol{A^B}$

Το πρόβλημα μη συμμετρικής διαμέρισης δυαδικού πίνακα

- Τιμή διαμέρισης του σχήματος $\boldsymbol{B}$:

$$v^{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{p}) = \sum_{j\in[m]} p_j \cdot \max_i A_{ij}^B$$

$\boldsymbol{p} =$

10%	20%	25%	45%
0	0	0	1
1	0	0	0
0	0	1	0
1	0	1	1

$\boldsymbol{A} =$

10%	20%	25%	45%
0	0.5	0.5	0.5
0.18	0.18	0.18	0
0.25	0.25	0.25	0.25
0.33	0.33	1	1

$= \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{B}}$

Το πρόβλημα μη συμμετρικής διαμέρισης δυαδικού πίνακα

- Τιμή διαμέρισης του σχήματος $\boldsymbol{B}$:

$$v^{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{p}) = \sum_{j \in [m]} p_j \cdot \max_i A_{ij}^{B}$$

$\boldsymbol{p} =$

10%	20%	25%	45%
0	0	0	1
1	0	0	0
0	0	1	0
1	0	1	1

$\boldsymbol{A} =$

10%	20%	25%	45%
0	0.5	0.5	0.5
0.18	0.18	0.18	0
0.25	0.25	0.25	0.25
0.33	0.33	1	1

$= \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{B}}$

Το πρόβλημα μη συμμετρικής διαμέρισης δυαδικού πίνακα

- Τιμή διαμέρισης του σχήματος $\boldsymbol{B}$:

$$v^{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{p}) = \sum_{j\in[m]} p_j \cdot \max_i A_{ij}^{B}$$

$\boldsymbol{p} =$

10%	20%	25%	45%
0	0	0	1
1	0	0	0
0	0	1	0
1	0	1	1

$\boldsymbol{A} =$

10%	20%	25%	45%
0	0.5	0.5	0.5
0.18	0.18	0.18	0
0.25	0.25	0.25	0.25
0.33	0.33	1	1

$= \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{B}}$

$$v^{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{p}) = (10\% \cdot 0.33) + (20\% \cdot 0.5) + (25\% \cdot 1) + (45\% \cdot 1) = 0.83$$

Το πρόβλημα μη συμμετρικής διαμέρισης δυαδικού πίνακα

- **Στόχος:** Δεδομένων των $\boldsymbol{A}$ και $\boldsymbol{p}$, να υπολογιστεί ένα σχήμα διαμέρισης $\boldsymbol{B}$ με μέγιστη τιμή $v^{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{p})$

Το πρόβλημα μη συμμετρικής διαμέρισης δυαδικού πίνακα

- **Στόχος:** Δεδομένων των $\boldsymbol{A}$ και $\boldsymbol{p}$, να υπολογιστεί ένα σχήμα διαμέρισης $\boldsymbol{B}$ με μέγιστη τιμή $v^{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{p})$

- **Εφαργογή: Μεγιστοποίηση εσόδων σε πωλήσεις τύπου take-it-or-leave-it**
  - Υπάρχουν m αντικείμενα και n πιθανοί αγοραστές με αποτιμήσεις για τα αντικείμενα
  - Ο πωλητής έχει πλήρη πληροφόρηση, ενώ οι αγοραστές όχι
  - Πώς μπορεί ο πωλητής να ομαδοποιήσει τα αντικείμενα έτσι ώστε να μεγιστοποιήσει τα αναμενόμενα έσοδά του;

- **Μη συμμετρική πληροφόρηση** (Akerlof, 1970) (Crawford & Sobel, 1982) (Milgrom & Weber, 1982) (Ghosh et al., 2007) (Emek et al., 2012) (Miltersen & Sheffet, 2012)

Προηγούμενα αποτελέσματα

- Το πρόβλημα παρουσιάστηκε από τους Alon, Feldman, Gamzu and Tennenholtz (2013)

- APX-hard
- 0.563-προσεγγιστικός αλγόριθμος για ομοιόμορφες πιθανοτικές κατανομές
- 0.077-προσεγγιστικός αλγόριθμος για γενικές πιθανοτικές κατανομές
- Διάφορες προσεγγίσεις και για μη δυαδικές τιμές

Ένας βελτιωμένος αλγόριθμος για ομοιόμορφες πιθανοτικές κατανομές

<u>**Άπληστος αλγόριθμος**</u>

- *Φάση κάλυψης:* Υπολόγισε ένα πλήρες κάλυμμα των στηλών που περιέχουν τουλάχιστον έναν άσσο
- *Άπληστη φάση:* Για κάθε στήλη που περιέχει μόνο μηδενικά, πρόσθεσε την στήλη στην ομάδα που μεγιστοποιεί την οριακή συνεισφορά της στήλης στην τιμή διαμέρισης

25%	25%	25%	25%
1	1	0	0
1	1	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0

Ένας βελτιωμένος αλγόριθμος για ομοιόμορφες πιθανοτικές κατανομές

Άπληστος αλγόριθμος

- *Φάση κάλυψης:* Υπολόγισε ένα πλήρες κάλυμμα των στηλών που περιέχουν τουλάχιστον έναν άσσο
- *Άπληστη φάση:* Για κάθε στήλη που περιέχει μόνο μηδενικά, πρόσθεσε την στήλη στην ομάδα που μεγιστοποιεί την οριακή συνεισφορά της στήλης στην τιμή διαμέρισης

25%	25%	25%	25%
1	1	0	0
1	1	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0

Ένας βελτιωμένος αλγόριθμος για ομοιόμορφες πιθανοτικές κατανομές

Άπληστος αλγόριθμος

- *Φάση κάλυψης:* Υπολόγισε ένα πλήρες κάλυμμα των στηλών που περιέχουν τουλάχιστον έναν άσσο
- *Άπληστη φάση:* Για κάθε στήλη που περιέχει μόνο μηδενικά, πρόσθεσε την στήλη στην ομάδα που μεγιστοποιεί την οριακή συνεισφορά της στήλης στην τιμή διαμέρισης

25%	25%	25%	25%
1	1	0	0
1	1	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0

Ένας βελτιωμένος αλγόριθμος για ομοιόμορφες πιθανοτικές κατανομές

Άπληστος αλγόριθμος

- *Φάση κάλυψης:* Υπολόγισε ένα πλήρες κάλυμμα των στηλών που περιέχουν τουλάχιστον έναν άσσο
- *Άπληστη φάση:* Για κάθε στήλη που περιέχει μόνο μηδενικά, πρόσθεσε την στήλη στην ομάδα που μεγιστοποιεί την οριακή συνεισφορά της στήλης στην τιμή διαμέρισης

25%	25%	25%	25%
1	1	0	0
1	1	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0

Ένας βελτιωμένος αλγόριθμος για ομοιόμορφες πιθανοτικές κατανομές

<u>Άπληστος αλγόριθμος</u>

- *Φάση κάλυψης:* Υπολόγισε ένα πλήρες κάλυμμα των στηλών που περιέχουν τουλάχιστον έναν άσσο
- *Άπληστη φάση:* Για κάθε στήλη που περιέχει μόνο μηδενικά, πρόσθεσε την στήλη στην ομάδα που μεγιστοποιεί την οριακή συνεισφορά της στήλης στην τιμή διαμέρισης

25%	25%	25%	25%
1	1	0	0
1	1	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0

- Οριακή συνεισφορά μιας μηδενικής στήλης όταν συμπεριλαμβάνεται σε μια ομάδα η οποία ήδη περιέχει x μηδενικά και y άσσους:

$$\boldsymbol{\Delta(x,y) = (x+1)\frac{y}{x+y+1} - x\frac{y}{x+y}}$$

Ένας βελτιωμένος αλγόριθμος για ομοιόμορφες πιθανοτικές κατανομές

Άπληστος αλγόριθμος

- *Φάση κάλυψης:* Υπολόγισε ένα πλήρες κάλυμμα των στηλών που περιέχουν τουλάχιστον έναν άσσο
- *Άπληστη φάση:* Για κάθε στήλη που περιέχει μόνο μηδενικά, πρόσθεσε την στήλη στην ομάδα που μεγιστοποιεί την οριακή συνεισφορά της στήλης στην τιμή διαμέρισης

25%	25%	25%	25%
1	1	0	0
1	1	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0

- Οριακή συνεισφορά μιας μηδενικής στήλης όταν συμπεριλαμβάνεται σε μια ομάδα η οποία ήδη περιέχει x μηδενικά και y άσσους:

$$\Delta(x, y) = (x+1)\frac{y}{x+y+1} - x\frac{y}{x+y}$$

Ένας βελτιωμένος αλγόριθμος για ομοιόμορφες πιθανοτικές κατανομές

Άπληστος αλγόριθμος

- *Φάση κάλυψης:* Υπολόγισε ένα πλήρες κάλυμμα των στηλών που περιέχουν τουλάχιστον έναν άσσο
- *Άπληστη φάση:* Για κάθε στήλη που περιέχει μόνο μηδενικά, πρόσθεσε την στήλη στην ομάδα που μεγιστοποιεί την οριακή συνεισφορά της στήλης στην τιμή διαμέρισης

25%	25%	25%	25%
1	1	0	0
1	1	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0

- Οριακή συνεισφορά μιας μηδενικής στήλης όταν συμπεριλαμβάνεται σε μια ομάδα η οποία ήδη περιέχει x μηδενικά και y άσσους:

$$\Delta(x,y) = (x+1)\frac{y}{x+y+1} - x\frac{y}{x+y}$$

Ένας βελτιωμένος αλγόριθμος για ομοιόμορφες πιθανοτικές κατανομές

Άπληστος αλγόριθμος

- *Φάση κάλυψης:* Υπολόγισε ένα πλήρες κάλυμμα των στηλών που περιέχουν τουλάχιστον έναν άσσο
- *Άπληστη φάση:* Για κάθε στήλη που περιέχει μόνο μηδενικά, πρόσθεσε την στήλη στην ομάδα που μεγιστοποιεί την οριακή συνεισφορά της στήλης στην τιμή διαμέρισης

25%	25%	25%	25%
1	1	0	0
1	1	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0

- Οριακή συνεισφορά μιας μηδενικής στήλης όταν συμπεριλαμβάνεται σε μια ομάδα η οποία ήδη περιέχει x μηδενικά και y άσσους:

$$\Delta(x, y) = (x+1)\frac{y}{x+y+1} - x\frac{y}{x+y}$$

Ένας βελτιωμένος αλγόριθμος για ομοιόμορφες πιθανοτικές κατανομές

Άπληστος αλγόριθμος

- *Φάση κάλυψης:* Υπολόγισε ένα πλήρες κάλυμμα των στηλών που περιέχουν τουλάχιστον έναν άσσο
- *Άπληστη φάση:* Για κάθε στήλη που περιέχει μόνο μηδενικά, πρόσθεσε την στήλη στην ομάδα που μεγιστοποιεί την οριακή συνεισφορά της στήλης στην τιμή διαμέρισης

25%	25%	25%	25%
1	1	0	0
1	1	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0

GREEDY = 3/4

Ένας βελτιωμένος αλγόριθμος για ομοιόμορφες πιθανοτικές κατανομές

Άπληστος αλγόριθμος

- *Φάση κάλυψης:* Υπολόγισε ένα πλήρες κάλυμμα των στηλών που περιέχουν τουλάχιστον έναν άσσο
- *Άπληστη φάση:* Για κάθε στήλη που περιέχει μόνο μηδενικά, πρόσθεσε την στήλη στην ομάδα που μεγιστοποιεί την οριακή συνεισφορά της στήλης στην τιμή διαμέρισης

25%	25%	25%	25%
1	1	0	0
1	1	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0

$$\text{GREEDY} = 3/4$$

$$\text{OPT} = 5/6$$

$$\rho \geq \frac{\text{GREEDY}}{\text{OPT}} = \frac{9}{10}$$

Σύνοψη αποτελεσμάτων

- 0.9-προσεγγιστικός αλγόριθμος για ομοιόμορφες πιθανοτικές κατανομές
  - **Άπληστος** αλγόριθμος
  - Ανάλυση με **γραμμικό προγραμματισμό** (factor-revealing LPs)
- 0.58-προσεγγιστικός αλγόριθμος για γενικές πιθανοτικές κατανομές
  - Αναγωγή σε **submodular welfare maximization**

Εργασίες (Δ.Δ.)

- **The efficiency of resource allocation mechanisms for budget-constrained users**
  - I. Caragiannis and A. A. Voudouris
  - *Proceedings of the 19th ACM Conference on Economics and Computation (EC)*, pages 681-698, 2018

- **Bounding the inefficiency of compromise**
  - I. Caragiannis, P. Kanellopoulos, and A. A. Voudouris
  - *Proceedings of the 26th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI)*, pages 142-148, 2017

Εργασίες (Δ.Δ.)

- **Truthful mechanisms for ownership transfer**
  - I. Caragiannis, A. Filos-Ratsikas, S. Nath, and A. A. Voudouris
  - Preliminary version to be presented at the *first Workshop on Opinion Aggregation, Dynamics, and Elicitation (WADE@EC18)*, 2018

- **Near-optimal asymmetric binary matrix partitions**
  - F. Abed, I. Caragiannis, and A. A. Voudouris
  - *Algorithmica*, vol. 80(1), pages 48-72, 2018
  - Extended abstract in *Proceedings of the 40th International Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science (MFCS)*, pages 1-13, 2015

Άλλες εργασίες

- **Mobility-aware, adaptive algorithms for wireless power transfer in ad hoc networks**
  - A. Madhja, S. Nikoletseas, and A. A. Voudouris
  - *Proceedings of the 14th International Symposium on Algorithms and Experiments for Wireless Networks (ALGOSENSORS)*, 2018
- **Peer-to-peer energy-aware tree network formation**
  - A. Madhja, S. Nikoletseas, D. Tsolovos, and A. A. Voudouris
  - *Proceedings of the 16th ACM International Symposium on Mobility Managements and Wireless Access (MOBIWAC)*, 2018
- **Efficiency and complexity of price competition among single product vendors**
  - I. Caragiannis, X. Chatzigeorgiou, P. Kanellopoulos, G. A. Krimpas, N. Protopapas, and A. A. Voudouris
  - *Artificial Intelligence Journal*, vol. 248, pages 9-25, 2017
  - Extended abstract in *Proceedings of the 24th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI)*, pages 25-31, 2015

Άλλες εργασίες

- **Optimizing positional scoring rules for rank aggregation**
  - I. Caragiannis, X. Chatzigeorgiou, G. A. Krimpas, and A. A. Voudouris
  - *Proceedings of the 31st AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI)*, pages 430-436, 2017
- **How effective can simple ordinal peer grading be?**
  - I. Caragiannis, G. A. Krimpas, and A. A. Voudouris
  - *Proceedings of the 17th ACM Conference on Economics and Computation (EC)*, pages 323-340, 2016
- **co-rank: an online tool for collectively deciding efficient rankings among peers**
  - I. Caragiannis, G. A. Krimpas, M. Panteli, and A. A. Voudouris
  - *Proceedings of the 30th AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI)*, pages 4351-4352, 2016

Άλλες εργασίες

- **Welfare guarantees for proportional allocations**
  - I. Caragiannis and A. A. Voudouris
  - Theory of Computing Systems, vol. 59(4), pages 581-599, 2016
  - Extended abstract in *Proceedings of the 7th International Symposium on Algorithmic Game Theory (SAGT)*, pages 206-217, 2014
- **Aggregating partial rankings with applications to peer grading in massive online open courses**
  - I. Caragiannis, G. A. Krimpas, and A. A. Voudouris
  - *Proceedings of the 14th International Conference on Autonomous Agents and Multi-Agent Systems (AAMAS)*, pages 675-683, 2015

Ευχαριστώ!